МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ
И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

Ивановский институт Государственной противопожарной службы

Кафедра физики и теплотехники

Т.В. Фролова, Е.С. Титова

ФИЗИКА
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Физика»
для слушателей факультета заочного обучения
по специальности 280104.65 «Пожарная безопасность»

Иваново 2010

УДК 531

Фролова Т.В., Титова Е.С. Физика. Методические указания и задания к контрольной работе № 1: учебно-методическое пособие. – Иваново: ООНИ ИвИ ГПС МЧС России, 2010. – 75 с.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с Государственным стандартом высшего профессионального образования.

Основной материал программы курса в пособии распределен на 2 раздела: механика, молекулярная физики и термодинамика. В каждом из них даны основные формулы, примеры решения задач и контрольные задания. Кроме того, в пособии даны общие методические указания, сведения о приближенных вычислениях и некоторые справочные таблицы.

Пособие предназначено для слушателей факультета заочного обучения специальности 280104.65 «Пожарная безопасность», выполняющих контрольные работы по дисциплине «Физика».

Учебно-методическое пособие рассмотрено
и рекомендовано к публикации
кафедрой физики и теплотехники
Протокол № 9 от 12.01.10.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета института.

Рецензенты:
начальник кафедры пожарной техники Ивановского института ГПС МЧС России, подполковник внутренней службы, к.т.н. М.В. Богомолов
доцент Ивановского государственного университета, к.ф.-м.н. М. Л. Рутенберг

СОДЕРЖАНИЕ

Введение………………………………………………………………….… 4
Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ………………………………………………………… 5
Рабочая программа курса физики за первый год обучения………………….. 6
Литература………………………………………………………………..…… 8
Таблица вариантов………………………………………………………… 9
Учебные материалы по разделам курса физики за первый год обучения….. 10
Раздел I. Физические основы классической механики…………………….. 10
Кинематика………………………………………………………………… 10
Динамика материальной точки и тела, движущихся поступательно………... 15
Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси 19
Элементы механики жидкостей и газов……………………………….. 25
Элементы теории относительности……………………………………… 28
Механические колебания и волны…………………………………………... 30
Раздел II. Основы молекулярной физики и термодинамики………………… 35
Молекулярное строение вещества и газовые законы……………………..…..... 35
Молекулярно-кинетическая теория газов……………………………………... 36
Элементы статистической физики…………………………………………... 37
Явления переноса………………………………………………………….. 39
Физические основы термодинамики…………………………………...... 40
Реальные газы……………………………………………………………… 42
Контрольная работа №1…………………………………………………… 49
Приложения…………………………………………………………………... 68

ВВЕДЕНИЕ

Основной формой обучения слушателя-заочника является самостоятельная работа над учебным материалом. Для облегчения этой работы кафедра физики и теплотехники организует чтение лекций, практические занятия и лабораторные работы. Поэтому процесс изучения физики состоит из следующих этапов:

1) проработка установочных и основных лекций;
2) самостоятельная работа над учебниками и учебными пособиями;
3) выполнение контрольных работ;
4) прохождение лабораторного практикума;
5) сдача зачетов и экзаменов.

Контрольные работы позволяют закрепить теоретический материал курса. Решение задач контрольных работ является проверкой степени усвоения обучающимся теоретического курса, а рецензии на работу помогают ему доработать и правильно освоить различные разделы курса физики. Перед выполнением контрольной работы необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, а также со справочными материалами, приведенными в конце методических указаний.

Решение конкретных физических задач является необходимой практической основой при изучении курса физики. Оно способствует приобщению обучающегося к самостоятельной творческой работе, учит анализировать изучаемые явления, выделять главные факторы, обуславливающие то, или иное явления, отвлекаясь от случайных и несущественных деталей. Благодаря этому решение задач приближается к модели научного физического исследования. Здесь уместно привести высказывания венгерского математика и педагога Д. Пойи из его книги «Как решить задачу»: «Крупное научное открытие дает решение крупной проблемы, но и в решении любой задачи присутствует крупица открытия… Если вы решаете ее собственными силами, то вы сможете испытать ведущее к открытию напряжение ума и насладиться радостью победы».

Цель данного пособия – на примере решенных задач показать, как последовательно подходить к конкретной задаче и как выбирать метод ее решения.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса физики слушатель-заочник должен представить в учебное заведение две контрольные работы.
2. На титульном листе необходимо указать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы слушателя, шифр зачетной книжки и домашний адрес.
3. Номера задач, которые слушатель должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов.
4. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляют поля.
5. В конце контрольной работы указываются учебники или учебные пособия, которыми слушатель пользовался при изучении курса физики. Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует слушателю изучить для завершения контрольной работы.
6. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, слушатель обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с незачтенной.
7. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж.
8. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи.
9. После получения расчетной формулы следует подставить в правую ее часть вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
10. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.
11. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 6750 необходимо записать $6{,}75\cdot 10^3$, вместо 0,00333 записать $3{,}33\cdot 10^{-3}$ и т.п.
12. Вычисления по расчетной формуле проводятся с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ ЗА ПЕРВЫЙ ГОД ОБУЧЕНИЯ

Физические основы классической механики

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Основные понятия и законы механики. Элементы кинематики материальной точки. Скорость и ускорение точки как производная радиуса-вектора по времени. Нормальное и тангенциальное ускорения. Поступательное движение твердого тела.

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Закон инерции и инерциальные системы отсчета. Центр масс механической системы и закон его движения. Закон сохранения импульса механической системы материальных точек. Закон изменения импульса механической системы (тела) – второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Кинематика и динамика твердого тела. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела.

Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Потенциальная энергия и кинетическая энергия. Работа силы. Закон сохранения и превращения полной механической энергии.

Основные характеристики вращательного движения. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела. Момент инерции материальной точки (твердого тела). Момент импульса материальной точки (твердого тела). Закон изменения вращательного импульса твердого тела. Закон сохранения момента импульса твердого тела. Кинетическая энергия вращательного движения твердого тела. Расчет момента инерции тел простейшей формы.

Основные положения аэро – и гидростатики. Кинематика и динамика жидкостей и газов. Элементы гидродинамики. Уравнение непрерывности. Формула Бернулли и выводы из нее. Уравнение Эйлера. Течение вязкой жидкости. Понятие градиента. Внутреннее трение (вязкость). Уравнение Ньютона. Динамическая и статическая вязкости. Формулы Пуазейля и Стокса.

Элементы специальной теории относительности

Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени. Интервал между событиями и его инвариантность по отношению к выбору инерциальной системы отсчета как проявление взаимосвязи пространства и времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистский импульс. Законы сохранения в релятивистской механике. Границы применимости классической (ньютоновской) механики.

Механические колебания и волны

Гармонические механические колебания. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Пружинный, физический и математический маятники. Энергия механических колебаний. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда смещения и фаза вынужденных колебаний. Понятие о резонансе.

Волновые процессы. Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Уравнение бегущей волны. Длина волны и волновое число. Волновое уравнение. Фазовая скорость и дисперсия волн. Энергия волны. Принцип суперпозиции волн и границы его применимости. Волновой пакет. Групповая скорость. Когерентность.

Интерференция волн. Образование стоячих волн. Уравнение стоячей волны и его анализ.

Основы молекулярной физики и термодинамики

Статистический метод исследования. Термодинамический метод исследования. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы, их изображение на термодинамических диаграммах. Вывод уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов для давления и его сравнение с уравнением Клапейрона-Менделеева. Средняя кинетическая энергия молекул. Молекулярно-кинетическое толкование абсолютной температуры. Число степеней свободы молекулы.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Барометрическая формула. Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах.

Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам и адиабатному процессу идеального газа. Зависимость теплоемкости идеального газа от вида процесса. Классическая молекулярно-кинетическая теория теплоемкостей идеальных газов и ее ограниченность. Границы применимости закона равнораспределения энергии и понятие о квантовании, энергия вращения и колебаний молекул.

Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Второе начало термодинамики. Независимость цикла Карно от природы рабочего тела. Энтропия. Энтропия идеального газа. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

Отступления от законов идеальных газов. Реальные газы. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Эффективный диаметр молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы 1 и 2 рода. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа. Особенности жидкого и твердого состояний вещества.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Трофимова Т. И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2001. – 542с.
2. Трофимова Т. И., Павлова З. Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2003. – 591с.
3. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике: Учеб. пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 640 с.

Дополнительная

1. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 1. Механика: Учеб. пособие / Б. В.Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин. – М.: Высш. шк., 2003. – 352 с.
2. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 3. Термодинамика. Статистическая физика. Строение вещества.: Учеб. пособие / Б. В.Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин. – М.: Высш. шк., 2003. – 366 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики: Учеб. пособие для вузов. В 5 т. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. – 4-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2003. – 576 с.
4. Молекулярная физика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. заведений / Е. М. Гершензон, Н. Н. Малов, А. Н. Мансуров. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 272 с.

Таблица вариантов

Последняя цифра з/книжки	Предпоследняя цифра зачетной книжки нечетная Номера задач
1	1, 21, 41, 61, 81, 101, 121, 141, 161, 181, 201, 221
2	2, 22, 42, 62, 82, 102, 122, 142, 162, 182, 202, 222
3	3, 23, 43, 63, 83, 103, 123, 143, 163, 183, 203, 223
4	4, 24, 44, 64, 84, 104, 124, 144, 164, 184, 204, 224
5	5, 25, 45, 65, 85, 105, 125, 145, 165, 185, 205, 225
6	6, 26, 46, 66, 86, 106, 126, 146, 166, 186, 206, 226
7	7, 27, 47, 67, 87, 107, 127, 147, 167, 187, 207, 227
8	8, 28, 48, 68, 88, 108, 128, 148, 168, 188, 208, 228
9	9, 29, 49, 69, 89, 109, 129, 149, 169, 189, 209, 229
0	10, 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170, 190, 210, 230
	Предпоследняя цифра зачетной книжки четная Номера задач
1	11, 31, 51, 71, 91, 111, 131, 151, 171, 191, 211, 231
2	12, 32, 52, 72, 92, 112, 132, 152, 172, 192, 212, 232
3	13, 33, 53, 73, 93, 113, 133, 153, 173, 193, 213, 233
4	14, 34, 54, 74, 94, 114, 134, 154, 174, 194, 214, 234
5	15, 35, 55, 75, 95, 115, 135, 155, 175, 195, 215, 235
6	16, 36, 56, 76, 96, 116, 136, 156, 176, 196, 216, 236
7	17, 37, 57, 77, 97, 117, 137, 157, 177, 197, 217, 237
8	18, 38, 58, 78, 98, 118, 138, 158, 178, 198, 218, 238
9	19, 39, 59, 79, 99, 119, 139, 159, 179, 199, 219, 238
0	20, 40, 60, 80, 100, 120, 140,160, 180, 200, 220, 240

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ
ЗА ПЕРВЫЙ ГОД ОБУЧЕНИЯ

Раздел I. Физические основы классической механики

Кинематика

- Положение материальной точки A (рис.1) в пространстве задается радиусом-вектором $\bar{r}$ (вектор, проведенный из начала координат в данную точку):

$$\bar{r} = x\,\bar{i} + y\,\bar{j} + z\,\bar{k}\ ,$$

где $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ – единичные векторы направлений; x, y, z – координаты точки.

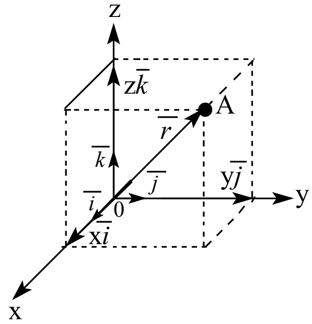

Рис. 1. Декартова система координат

Кинематические уравнения движения в координатной форме:

$$x = f_1(t),\ \ y = f_2(t),\ \ z = f_3(t),$$

где t – время.

- Средняя скорость:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} ,$$

где $\Delta \bar{r}$ – перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

В Международной системе (СИ) единицей расстояния является метр, единицей времени – секунда; поэтому скорость выражается в метрах в секунду (м/с).

Средняя путевая скорость:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} ,$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt. Путь Δs в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta s \geq 0$.

Мгновенная скорость:

$$\bar{\upsilon} = \frac{d\,\bar{r}}{dt} = \bar{i}\,\upsilon_x + \bar{j}\,\upsilon_y + \bar{k}\,\upsilon_z ,$$

где $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$; $\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$; $\upsilon_z = \frac{dz}{dt}$ – проекции скорости υ на оси координат.

Модуль скорости:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} .$$

- Ускорение

$$\bar{a} = \frac{d\,\bar{\upsilon}}{dt} = \bar{i}\,a_x + \bar{j}\,a_y + \bar{k}\,a_z ,$$

где $a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$; $a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt}$; $a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt}$ – проекции ускорения a на оси координат; единица измерения ускорения метр на секунду в квадрате (м/с^2).

Модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} .$$

При криволинейном движении (рис. 2) ускорение можно представить как сумму нормальной a_n и тангенциальной a_τ составляющих:

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau .$$

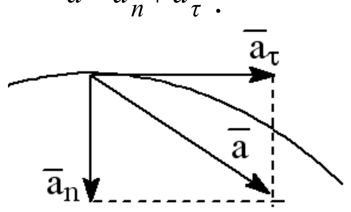

Рис. 2. Криволинейное движение точки (тела)

Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} ;\ \ a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} ;\ \ a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} .$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

- Кинематические уравнения прямолинейного равномерного движения ($\upsilon = const$):

1) в векторной форме

$$\bar{r}(t) = \bar{r}_0 + \bar{\upsilon} t \ ,$$

где $\bar{r}(t)$ – радиус-вектор, определяющий положение материальной точки в момент времени t; $\bar{r}_0$ – радиус-вектор, определяющий положение точки в начальный момент времени ($t = 0$);

2) в координатной форме (в проекции на координатные оси Ox, Oy, Oz)

$$x(t) = x_0 + \upsilon_x t; \quad y(t) = y_0 + \upsilon_y t; \quad z(t) = z_0 + \upsilon_z t \ ,$$

x_0, y_0, z_0 – начальные координаты; υ_x, υ_y, υ_z – проекции скорости на координатные оси.

- Кинематические уравнения прямолинейного равноускоренного движения ($a = const$):

1) в векторной форме

$$\bar{r}(t) = \bar{r}_0 + \bar{\upsilon}_0 t + \frac{\bar{a} t^2}{2} \ ,$$

где $\bar{\upsilon}_0$ – начальная скорость (скорость материальной точки в момент времени $t = 0$);

2) в координатной форме

$$x(t) = x_0 + \upsilon_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \ ; \quad y(t) = y_0 + \upsilon_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2} \ ; \quad z(t) = z_0 + \upsilon_{0z} t + \frac{a_z t^2}{2} \ ,$$

где υ_{0x}, υ_{0y}, υ_{0z} – проекции начальной скорости на координатные оси; a_x, a_y, a_z – проекции ускорения.

- Скорость точки при равноускоренном движении:

1) в векторной форме

$$\bar{\upsilon}(t) = \bar{\upsilon}_0 + \bar{a} t \ ;$$

2) в координатной форме

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_{0x} + a_{0x} t \ ; \quad \upsilon_y(t) = \upsilon_{0y} + a_{0y} t \ ; \quad \upsilon_z(t) = \upsilon_{0z} + a_{0z} t \ .$$

- Средняя угловая скорость:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \ ,$$

где $\Delta\varphi$ – угловое перемещение за время Δt; единица измерения угловой скорости радиан на секунду (рад/с).

- Мгновенная угловая скорость:

$$\bar{\omega} = \frac{d \bar{\phi}}{dt} \ ,$$

в проекции на ось вращения

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} \ .$$

- Угловое ускорение

$$\bar{\varepsilon} = \frac{d \bar{\omega}}{dt} \ ,$$

в проекции на ось вращения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \ ,$$

единица измерения углового ускорения радиан на секунду в квадрате (рад/с^2).

- Кинематическое уравнение равномерного (ω = *const*) вращения в проекции на ось вращения:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \ ,$$

где φ_0 – начальное угловое ускорение.

- Частота вращения

$$n = \frac{N}{t} \quad \text{или} \quad n = \frac{1}{T} \ ,$$

где N – число оборотов, совершаемое телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота); единица измерения частоты секунда в минус первой степени ($с^{-1}$).

Угловое перемещение φ и угловое ускорение ω связаны с числом оборотов, частотой вращения и периодом вращения соотношением:

$$\varphi = 2\pi N \ ; \quad \omega = 2\pi n \ ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \ .$$

- Кинематическое уравнение равноускоренного вращения в проекции на ось вращения:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \ ,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость.

Угловая скорость при равноускоренном вращении

$$\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t \ .$$

Число оборотов N связано со средней частотой $\langle n \rangle$ вращения соотношением:

$$N = \langle n \rangle \cdot t$$

При равноускоренном вращении $\langle n \rangle$ есть полусумма начальной n_0 и конечной n мгновенными частотами вращения:

$$\langle n \rangle = \frac{n_0 + n}{2} \ .$$

- Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, выражается следующими формулами:

$$s = \varphi \cdot R \ ,$$

где φ – угол поворота тела; s – путь, пройденный точкой по дуге окружности радиуса R.

Скорость точки (линейная)

$$\upsilon = \omega R \ ; \quad \bar{\upsilon} = [\bar{\omega} R] \ ;$$

ускорение точки

$$a_\tau = \varepsilon R \ ; \quad \bar{a}_\tau = [\bar{\varepsilon} R] \ \text{(тангенциальное);}$$

$$a_n = \omega^2 R \ \text{(нормальное).}$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Пусть материальная точка движется в плоскости XOY, и уравнения её движения имеют вид: $x = a \cdot t$; $y = b \cdot t$, где a и b – коэффициенты не равные нулю. Найти вид траектории.

Решение: Исключив из данных уравнений время t, имеем $\frac{y}{x}=\frac{a}{b}$; $y=\frac{a}{b}\cdot x$, т.е. траектория точки прямая линия, проходящая через начало координат (рис. 3).

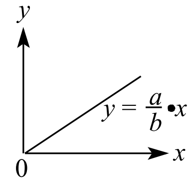

Рис. 3. Траектория точки

Пример 2. Первую треть пути пожарный автомобиль проехал со скоростью υ_1 = 20 км/ч, вторую треть пути – со скоростью υ_2 = 40 км/ч, последнюю треть пути – со скоростью υ_3 = 60 км/ч. Определить среднюю скорость и время движения автомобиля, если весь путь составлял s = 90 км.

Решение: Средняя скорость движения:

$$\upsilon_{cp}=\frac{s}{\frac{s}{3\upsilon_1}+\frac{s}{3\upsilon_2}+\frac{s}{3\upsilon_3}}=\frac{3}{\frac{1}{\upsilon_1}+\frac{1}{\upsilon_2}+\frac{1}{\upsilon_3}}=\frac{3}{\frac{1}{20}+\frac{1}{40}+\frac{1}{60}}=33 \text{ км/ч.}$$

Время движения: $t=\frac{s}{3\upsilon_1}+\frac{s}{3\upsilon_2}+\frac{s}{3\upsilon_3}=\frac{90}{3\cdot 20}+\frac{90}{3\cdot 40}+\frac{90}{3\cdot 60}=2,75$ ч.

Пример 3. Тело свободно падает с высоты h = 20 м. Какие пути s_1 и s_2 пролетело тело за первую и вторую половины времени падения? Начальная скорость тела равна 0.

Решение: Пусть тело падает из точки A. Эту точку и момент начала движения тела выберем за начало системы отсчета.

Тогда высота падения $h=\frac{gt^2}{2}$. За время $\frac{t}{2}$ тело переместилось из точки A в точку C, пролетев путь $s_1=\frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2=\frac{gt^2}{8}$.

Следовательно, путь $s_1=\frac{1}{4}h$, а $s_2=h-s_1=h-\frac{1}{4}h=\frac{3}{4}h$.

Подставив числовые значения, получаем

$$s_1=\frac{1}{4}\cdot 20=5 \text{ м}, \quad s_2=\frac{3}{4}\cdot 20=15 \text{ м}.$$

Пример 4. Вертолет начал снижаться с ускорением 0,2 м/с^2. Лопасть винта вертолета имеет длину 5 м и совершает 300 об/мин. Определите число оборотов лопасти за время снижения вертолета на 40 м, линейную скорость и центростремительное ускорение.

Решение: Искомое число оборотов лопасти винта совершают за время, равное времени снижения вертолета. Уравнение движения вертолета: $h=\frac{at^2}{2}$ следовательно, время снижения: $t=\sqrt{\frac{2h}{a}}$, а число оборотов: $N=nt=n\sqrt{\frac{2h}{a}}=5\sqrt{\frac{2\cdot 40}{0.2}}=100$ оборотов.

Линейная скорость концов лопасти винта: $\upsilon=2\pi nR=2\cdot 3,14\cdot 5\cdot 5=157$ м/с.

Центростремительное ускорение конца лопасти:

$$a_ц = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{4\pi^2 n^2}{R} = \frac{157^2}{5} = 5000 \text{ м/с}^2.$$

Пример 5. Вал начинает вращаться и в первые t = 10 с совершает N = 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определить угловое ускорение и конечную угловую скорость.

Решение: Поскольку начальная угловая скорость равна нулю, уравнение движения и формула угловой скорости:

$$\phi = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \quad \omega = \varepsilon \cdot t .$$

Так как угловое перемещение за один полный оборот равно 2π, то полное угловое перемещение вала, соответствующее N оборотам, $\varphi = 2\pi N$. Подставив это выражение в уравнение движения, получим $2\pi N = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$,

откуда

$$\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2} = \frac{4 \cdot 3.14 \cdot 50}{10^2} = 6.28 \text{ рад/с}^2.$$

Динамика материальной точки и тела, движущихся поступательно

- Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона):

1) в векторной форме

$$\frac{d\overline{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i \quad \text{или} \quad m\overline{a} = \sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{N} \overline{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса точки, кг; $\overline{a}$ – ускорение, м/с^2; $\overline{p} = m\overline{\upsilon}$ – импульс, кг·м/с; N – число сил, действующих на точку;

2) в координатной форме

$$ma_x = \sum F_{xi} ; \quad ma_y = \sum F_{yi} ; \quad ma_z = \sum F_{zi}$$

или

$$m\frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F_{xi} ; \quad m\frac{d^2 y}{dt^2} = \sum F_{yi} ; \quad m\frac{d^2 z}{dt^2} = \sum F_{zi} ,$$

где под знаком суммы стоят проекции сил $\overline{F}_i$ на соответствующие ось координат.

В Международной системе единиц за единицу силы принимается сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2. Эта единица называется ньютоном, 1Н = кг·м/с^2.

- Сила упругости:

$$F_{упр} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости; x – абсолютная деформация.

- Сила гравитационного взаимодействия:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} ,$$

где G – гравитационная постоянная, Н·м^2/кг^2; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, рассматриваемые как материальные точки; r – расстояние между ними.

- Сила трения скольжения:

$$F_{тр} = \mu N,$$
где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

- Координаты центра масс системы материальных точек

$$x_C=\frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};\quad y_C=\frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i};\quad x_C=\frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

где m_i – масса i –й материальной точки; x_i, y_i, z_i – ее координаты.

- Закон сохранения импульса замкнутой системы:

$$\sum_{i=1}^{N} p_i=const,\ \text{или}\ \sum_{i=1}^{N} m_i \bar{\upsilon}_i=const,$$

где N – число материальных точке входящих в систему; единица измерения импульса (кг·м/с).

- Работа, совершаемая постоянной силой:

$$\Delta A=\bar{F}\cdot\Delta\bar{r},\ \text{или}\ \Delta A=F\cdot\Delta r\cos\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов силы и перемещения; единица измерения работы джоуль (Дж).

- Средняя мощность за интервал времени:

$$\langle N\rangle=\frac{\Delta A}{\Delta t};$$

единица измерения мощности ватт (Вт).

- Мгновенная мощность:

$$N=\frac{dA}{dt},\ \text{или}\quad N=F\upsilon\cos\alpha,$$

где dA – работа, совершаемая за промежуток времени.

- Кинетическая энергия материальной точки (тела), движущейся поступательно:

$$E_к=\frac{m\upsilon^2}{2},\ \text{или}\quad E_к=\frac{p^2}{2m};$$

единица измерения энергии джоуль (Дж).

- Потенциальная энергия тела и сила, действующая на тело в данной точке поля:

$$\bar{F}=-gradE_n,\ \text{или}\quad \bar{F}=-\left(\bar{i}\frac{\partial E_n}{\partial x}+\bar{j}\frac{\partial E_n}{\partial y}+\bar{k}\frac{\partial E_n}{\partial z}\right)$$

- Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины):

$$E_n=\frac{kx^2}{2}.$$

- Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точке (тел) массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r друг от друга:

$$E_n=-G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

- Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$E_п = mgh\ ,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли.

- Закон сохранения энергии для замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы:

$$E_п + E_к = const.$$

- Скорость абсолютно неупругих шаров после удара:

$$u = \frac{m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2}\ .$$

- Скорость абсолютно упругих шаров после удара:

$$u_1 = \frac{\upsilon_1 (m_1 - m_2) + 2m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2}\ , \quad u_2 = \frac{\upsilon_2 (m_2 - m_1) + 2m_1 \upsilon_1}{m_1 + m_2}\ ,$$

где m_1 и m_2 – массы шаров; υ_1 и υ_2 – их скорости до удара.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Вагон массой m = 20 т движется равнозамедленно с ускорением a = 0,3 м/с^2 и начальной скоростью υ_0 = 54 км/ч. Найти силу торможения, действующую на вагон, время движения вагона до остановки и перемещение вагона.

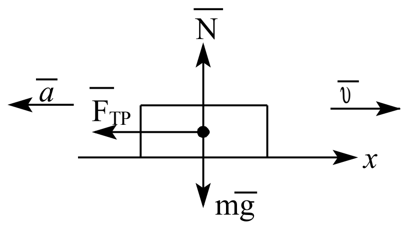

Рис. 4. Силы, действующие на вагон

Решение: На вагон действуют (рис. 4) сила тяжести $m\overline{g}$, сила трения $\overline{F}_{тр}$ и сила нормальной реакции $\overline{N}$. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\overline{g} + \overline{F}_{тр} + \overline{N} = m\overline{a}\ . \quad (1)$$

За положительное направление оси x примем направление движения вагона. Так как движение вагона равнозамедленное, то вектор ускорения направлен в сторону, противоположную направлению движения. Проецируя обе части уравнения (1) на ось x, получаем:

$$-F_{тр} = -ma \quad \text{или} \quad F_{тр} = ma = 2\cdot10^4\cdot0{,}3 = 6\ \text{кН}.$$

Время движения вагона до остановки и пройденное им расстояние найдем из кинематических уравнений:

$$0 = \upsilon_0 - at, \quad s = \frac{\upsilon_0^2}{2a} = \frac{15^2}{2\cdot0.3} = 375\ \text{м}, \quad \text{откуда}\ t = \frac{\upsilon_0}{a} = \frac{15}{0.3} = 50\ \text{с}.$$

Пример 2. Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30^0 под действием силы тяги 7 кН. Найти ускорение автомобиля, считая, что сила сопротивления не зависит от скорости и составляет 0,1 от силы нормальной реакции опоры.

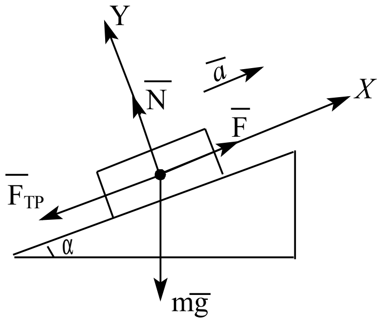

Рис. 5. Силы, действующие на автомобиль

Решение: На автомобиль действуют (рис. 5): сила тяжести $m\overline{g}$, сила трения $\overline{F}_{тр}$, сила тяги $\overline{F}$ и сила нормальной реакции шоссе $\overline{N}$. Выберем направление вектора $\overline{a}$ вверх вдоль наклонной плоскости. Запишем для автомобиля второй закон Ньютона:

$$m\overline{g}+\overline{F}+\overline{N}+\overline{F}_{тр}=m\overline{a}\ .$$

Найдя проекции сил и ускорения на выбранные оси X и Y, получим:

$$-mg\sin\alpha+F-F_{тр}=ma, \qquad (1)$$

$$-mg\cos\alpha+N=0. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) находим, что N = $mg\cos\alpha$. Учитывая, что $F_{тр}=\mu N=\mu mg\cos\alpha$, запишем уравнение (1) в виде $-mg\sin\alpha+F-\mu mg\cos\alpha=ma$, откуда

$$a=\frac{F-mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m}=\frac{7\cdot10^3-10^3\cdot9.81(0.5+0.1\cdot0.87)}{10^3}=1.2 \text{ м/с}^2.$$

Пример 3. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Найти скорость вагона, если он двигался со скоростью 36 км/ч навстречу снаряду.

Решение: Запишем для снаряда и вагона с песком закон сохранения импульса при неупругом ударе:

$$m_1\overline{v}_1+m_2\overline{v}_2=(m_1+m_2)\overline{u} \qquad (1)$$

Выбирая направление оси X совпадающим с направлением движения снаряда и проецируя на нее обе части уравнения (1), получаем $m_1v_1-m_2v_2=(m_1+m_2)u$, откуда

$$u=\frac{m_1v_1-m_2v_2}{m_1+m_2}=\frac{100\cdot500-10^4\cdot10}{100+10^4}=-5 \text{ м/с.}$$

Следовательно, направление движения вагона не изменилось.

Пример 4. Определить работу подъема груза по наклонной плоскости, среднюю мощность и КПД подъемного устройства, если масса груза 100 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол ее наклона к горизонту 30^0, коэффициент трения 0,1, ускорение при подъеме 1 м/с^2. У основания наклонной плоскости груз находился в покое.

Решение: Изменение полной механической энергии обусловлено действием на груз силы тяги (рис. 6) и силы трения:

$$A + A_{тр} = \Delta E = E - E_0. \qquad (1)$$

Здесь A – работа силы тяги; $A_{тр}$ – работа сил трения; E_0= 0 по условию задачи. Конечное значение полной механической энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh = mal + mgl\sin\alpha \ ,$$

где $v^2 = 2al$.

Сила трения на наклонной плоскости (рис. 6) $F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$,
поэтому $A_{тр} = -\mu mgl \cos \alpha$.
Подставляя эти выражения в уравнение (1), получаем:

$$A = ml(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha) = 100\cdot 2(1 + 9.81\cdot 0.5 + 0.1\cdot 9.81\cdot 0.87) = 1.35 \text{ кДж.}$$

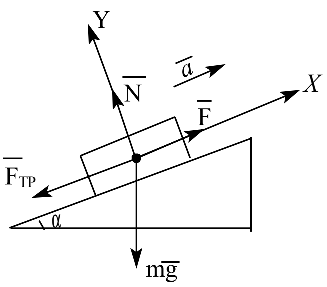

Рис. 6. Силы, действующие на груз

Средняя мощность подъемного устройства $\langle N \rangle = A/t$,

где t – время подъема груза, которое может быть получено из уравнения равноускоренного движения

$$l = \frac{at^2}{2} \ , \ (v_0 = 0). \qquad (2)$$

Из уравнения (2) найдем $t = \sqrt{\frac{21}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2}{1}} = 2$, тогда мощность будет равна $\langle N \rangle = \frac{1.35\cdot 10^3}{2} = 675$ Вт.

Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси

- Момент силы $\overline{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{¿} l \ ,$$

где $F_{¿}$ – проекция силы $\overline{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы $\overline{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы). Единица измерения момента сил ньютон на метр (Н·м).

- Момент инерции относительно оси Oz:

а) материальной точки

$$I = mr^2 \ ,$$

где m – масса материальной точки; r – расстояние от нее до оси вращения;

б) системы материальных точек

$$I_z=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 ,$$

где m_i – масса i – й материальной точки; r_i – расстояние от этой точки до оси Oz. Единица измерения момента инерции килограмм на метр в квадрате (кг·м^2).

- Теорема Штейнера: *момент инерции тела, относительно произвольной оси равен моменту его инерции* ***I***

- Теорема Штейнера: *момент инерции тела, относительно произвольной оси равен моменту его инерции* $\boldsymbol{I_C}$ *относительно параллельной оси, проходящей через центр масс* ***C*** *тела, сложенному с произведением массы* ***m*** *тела на квадрат расстояния* ***a*** *между осями*:

$$I=I_C+ma^2 .$$

- Момент силы, действующей на тело, относительно точки O

$$\overline{M}=[\overline{r}\,\overline{F}] ,$$

где $\overline{r}$ – радиус-вектор, направленный от точки O, относительно которой определяется момент силы, к точке приложения силы $\overline{F}$.

- Момент силы, действующей на тело, относительно оси Oz (проекция вектора $\overline{M}$ на ось Oz)

$$M_z=[\overline{r}\,\overline{F}]_{np.z} ,$$

или

$$M_z=F_¿ l ,$$

где $F_¿$ – проекция силы $\overline{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси Oz; l – плечо силы $\overline{F}$ (кратчайшее расстояние от оси до линии действия силы).

- Момент импульса материальной точки относительно точки O

$$\overline{L}=[\overline{r}\,\overline{p}] ,$$

где $\overline{r}$ – радиус-вектор, направленный от точки O, относительно которой определяется момент импульса, к движущейся материальной точке, импульс которой равен $\overline{p}$. Единица измерения момента импульса килограмм на метр в квадрате на секунду (кг·м^2/с)

- Момент импульса материальной точки относительно оси Oz (проекция вектора $\overline{L}$ на ось Oz)

$$L_z=[\overline{r}\,\overline{p}]_{np.z}$$

или

$$L_z=p_¿ l ,$$

где $p_¿$ – проекция импульса $\overline{p}$ на плоскость, перпендикулярную оси Oz; l – плечо импульса $\overline{p}$ (кратчайшее расстояние от оси Oz до линии, вдоль которой движется материальная точка).

- Момент импульса твердого тела, вращающегося относительно оси Oz

$$L_z=I_z\omega .$$

- Основной закон динамики вращательного движения:

а) относительно неподвижной точки

$$\overline{M}=\frac{d\overline{L}}{dt} ,$$

где $\overline{M}$ – главный момент всех внешних сил, действующих на систему, относительно неподвижной точки *O*; $\frac{d\overline{L}}{dt}$ – скорость изменения момента импульса системы относительно той же точки;

б) относительно неподвижной оси *Oz*

$$M_z = \frac{dL_z}{dt} ,$$

где M_z и L_z – главный момент внешних сил и момент импульса системы относительно оси *Oz*, или для твердого тела с неизменным моментом инерции

$$M_z = I_z \varepsilon ,$$

где I_z – момент инерции твердого тела, ε – угловое ускорение.

- Работа постоянного момента силы M_z, действующего на вращающееся вокруг оси *Oz* тело

$$A = M_z \varphi ,$$

где φ – угол поворота тела.

- Мгновенная мощность

$$N = M_z \omega .$$

- Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси *Oz*

$$E_к = \frac{I_z \omega^2}{2} .$$

- Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости

$$E_к = \frac{m\upsilon_C^2}{2} + \frac{I_z \omega^2}{2} ,$$

где υ_C – скорость центра масс тела, I_z – момент инерции тела относительно оси *Oz*, проходящей через его центр масс.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Через блок, укрепленный на горизонтальной оси (рис.7), проходящей через его центр, перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,2 кг. Масса блока m = 0,3 кг. Блок считать однородным диском. Найти ускорение грузов.

Решение: Система состоит из трех тел: грузов m_1и m_2, движущихся поступательно, и блока m, вращающегося относительно неподвижной оси, проходящей через центр инерции блока. Груз m_1 находится под действием двух сил: силы тяжести $m_1\overline{g}$ и силы натяжения нити $\overline{T}_1$. Груз m_2 также находится под действием двух сил: силы тяжести $m_2\overline{g}$ и силы натяжения нити $\overline{T}_2$. Запишем 2-й закон Ньютона для грузов:

$$m_1\overline{a}_1 = m_1\overline{g} + \overline{T}_1 , \qquad (1)$$

$$m_2\overline{a}_2 = m_2\overline{g} + \overline{T}_2 . \qquad (2)$$

Блок вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через его центр, следовательно, момент силы тяжести блока и момент силы реакции оси равны нулю. Если предположить, что нить не скользит относительно блока, то вращают блок только силы натяжения нити.

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения для блока:

$$I\bar{\varepsilon}=\overline{M}_1+\overline{M}_2\ , \qquad (3)$$

где $\bar{\varepsilon}$ – угловое ускорение, I – момент инерции блока, $\overline{M}_1$ и $\overline{M}_2$ – моменты сил $\overline{T}_1'$ и $\overline{T}_2'$

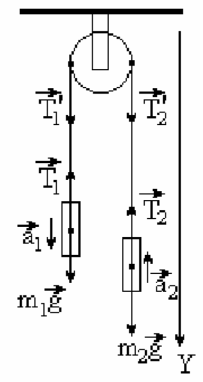

Рис. 7. Схема движения грузов

Если нить невесома, то силы натяжения вдоль нити с каждой стороны блока одинаковы по модулю, то есть: $T_1'=T_1$, $T_2'=T_2$.

Ускорения обоих грузов считаем равными по модулю на основании нерастяжимости нити. Если нить не проскальзывает относительно блока, то касательное ускорение его точек, соприкасающихся с нитью, равно ускорению нити в любой ее точке и ускорению грузов: $a_1=a_2=a$.

Для перехода к скалярным соотношениям для описания движения грузов введем ось Y. Теперь векторные уравнения (1 и 2) можно заменить скалярными:

$$m_1 a=m_1 g-T_1,$$
$$-m_2 a=m_2 g-T_2 \qquad (4)$$

¿}¿

¿¿

Моменты сил $\overline{T}_1'$ и $\overline{T}_2'$ направлены по оси вращения, но в противоположные стороны. Примем направление вектора $\bar{\varepsilon}$ за положительное. Тогда момент силы $\overline{T}_1'$ относительно оси вращения будет положительным, а момент силы $\overline{T}_2'$ – отрицательным. Векторное уравнение (3) можно переписать в виде:

$$I\varepsilon=T_1'r-T_2'r\ , \quad \text{или} \quad I\varepsilon=T_1 r-T_2 r$$

где: r – радиус блока.

Учитывая, что момент инерции однородного диска $I=\frac{mr^2}{2}$ и связь линейного и углового ускорений $\varepsilon=\frac{a}{r}$, получаем:

$$\frac{mr^2}{2}\cdot\frac{a}{r}=T_1 r-T_2 r,$$
$$0.5ma=T_1-T_2. \qquad (5)$$

Из уравнений (4) выразим силы натяжения нитей:

$$T_1=m_1 g-m_1 a,$$
$$T_2=m_2 g+m_2 a.$$

Подставим в (5), получим:

$$0.5ma=m_1 g-m_1 a-m_2 g-m_2 a,$$
$$m_1 a+m_2 a+0.5ma=m_1 g-m_2 g,$$

$$a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2+0.5\text{m}}g\ .$$

$$a=\frac{0.3-0.2}{0.3+0.2+0.5\cdot 0.3}=1.5\ \text{м/с}^2.$$

Пример 2. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки 10 м на каждые 100 м пути.

Решение: У подножия горки обруч обладает запасом кинетической энергии:

$$E_к=E_{к1}+E_{к2}$$

где: $E_{к1}=\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения обруча;

$E_{к2}=\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения.

Вкатившись на горку на максимально возможное расстояние (высота горки в этом месте *h* рис. 8), обруч приобретет запас потенциальной энергии $E_п=mgh$, кинетическая энергия в этом положении равна нулю.

Пренебрегая трением, воспользуемся законом сохранения энергии: $E_{к1}+E_{к2}=E_п$,

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}=mgh$$

Учтем, что момент инерции обруча относительно оси, проходящей через центр инерции: $I = mr^2$, где: m – масса обруча, r – радиус обруча. Угловая скорость обруча ω связана с линейной скоростью v' точек, лежащих на поверхности обруча: $\omega=v'/r$.

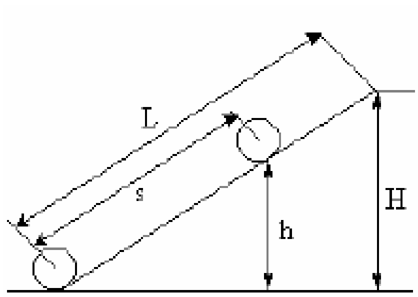

Рис. 8. Движение обруча

Поскольку за один полный оборот точка, лежащая на поверхности обруча, проходит путь $2\pi r$ и центр масс смещается тоже на расстояние $2\pi r$, то $v' = v$. Таким образом

$$E_{к2}=\frac{I\omega^2}{2}=\frac{mr^2}{2}\left(\frac{v'}{r}\right)^2=\frac{mv^2}{2}\ .$$

Тогда

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{mv^2}{2}=mgh\ ,$$

$$\upsilon^2 = gh\ , \quad \text{откуда} \quad h = \frac{\upsilon^2}{g}\ .$$

Так как
$$\frac{h}{H} = \frac{s}{L}\ ,$$

то
$$s = h\frac{L}{H} = \frac{\upsilon^2}{g}\frac{L}{H} = \frac{2^2}{9.81}\frac{100}{10} = 4.1 \ \text{м}.$$

Пример 3. В общей точке подвеса подвешены шарик на нити длины l и однородный стержень длины L, отклоненный в сторону на некоторый угол. При возвращении стержня в положение равновесия происходит упругий удар. При каком соотношении между массами стержня M и шарика m точки удара стержня и шара будут двигаться после удара с равными скоростями в противоположных направлениях?

Решение: В самый начальный момент удара стержень вращается с некоторой скоростью ω_0. Систему «стержень-подвес-нить с шаром» можно считать замкнутой, поэтому после удара выполняется закон сохранения момента импульса.

Т.е. момент импульса относительно точки подвеса остается прежним:

$$J_{стержня}\overline{\omega}_0 = M\,\overline{V}\,l + J_{стержня}\overline{\omega}$$
$$J_{стержня}\omega_0 = M\,\overline{V}\,l + J_{стержня}\omega$$

$J_{стержня} = \frac{1}{12}ML^2$, т.к. стержень вращается вокруг закрепленного конца;

$$\omega = \frac{V}{l}\ .$$

$$\frac{ML^2}{12}\omega_0 = mVl - \frac{ML^2}{12}\left(\frac{V}{l}\right),$$

$$\frac{\omega_0}{V} = \frac{12ml^2 - ML^2}{MlL^2}\ . \qquad (1)$$

При упругом ударе выполняется закон сохранения энергии, т.е. кинетическая энергия остается постоянной:

$$\frac{J_{стерж}\omega_0{}^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{J_{стерж}\omega^2}{2}\ .$$

Тогда

$$\frac{ML^2}{12}\cdot\frac{\omega_0{}^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{ML^2}{12}\frac{\left(\frac{V}{l}\right)^2}{2}$$

$$ML^2l^2\omega_0^2 = \left(12ml^2 + ML^2\right)\cdot V^2\ ,$$

$$\frac{\omega_0^2}{V^2} = \frac{\left(12ml^2 + ML^2\right)}{ML^2l^2}\ ,$$

$$\frac{\omega_0}{V} = \frac{1}{lL}\sqrt{\frac{\left(12ml^2 + ML^2\right)}{M}}\ . \qquad (2)$$

Сопоставим (1) и (2)

$$\frac{12ml^2 - ML^2}{MlL^2} = \frac{1}{lL}\sqrt{\frac{\left(12ml^2 + ML^2\right)}{M}}\ ,$$

$$n=\frac{M}{m}$$

$$\frac{12\,l^2-nL^2}{nlL^2}=\frac{1}{lL}\sqrt{\frac{\left(12\,l^2+nL^2\right)}{n}}$$

Решим данное уравнение относительно *n*.

$$\frac{\left(12l^2-nL^2\right)^2}{n^2L^2}=\frac{\left(12\,l^2+nL^2\right)}{n}$$

$$12^2\,l^4-24\,nl^2\,L^2+n^2\,L^4=12\,l^2\,L^2+n^2\,L^4$$

$$12\,l^4-nl^2\,L^2\left(3+1\right)=0$$

$$n=\frac{12\,l^4}{3l^2\,L^2}\ ,\quad n=\frac{M}{m}=4\,\frac{l^2}{L^2}$$

Ответ: $\frac{M}{m}=4\,\frac{l^2}{L^2}$.

Элементы механики жидкостей и газов

- Давление в жидкости

$$p=\frac{\Delta F}{\Delta S}\ ,$$

где ΔF – сила, действующая со стороны жидкости на единицу площади поверхности ΔS. За единицу давления в СИ принят паскаль (Па).

- Закон Архимеда

$$F_A=\rho\,gV\ ,$$

где ρ – плотность жидкости, кг/м^3; V – объем погруженной в жидкость части тела, м^3.

- Гидростатическое давление

$$p=\rho\,gh\ ,$$

где h – высота столба жидкости.

- Закон Паскаля: *давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью* (рис.9)

$$p_1=p_2\ ,\quad \text{или}\quad \frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}\ .$$

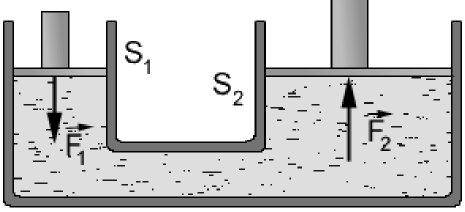

Рис.9. Принцип действия гидравлического пресса

- Уравнение Бернулли

$$\frac{\rho v^2}{2}+\rho\,gh+p=const\ ,$$

где ρ – плотность жидкости; p – статическое давление; $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамическое давление.

- Коэффициент динамической вязкости жидкости

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 V l},$$

где R – радиус капилляра длиной l; V – объем вытекаемой жидкости; t – время истечения жидкости.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. В два колена U-образной трубки налиты вода и масло, разделенные ртутью. Поверхности раздела ртути и жидкостей в обоих коленах находятся на одной высоте. Определить высоту столба воды, если высота столба масла 20 см. Плотность воды 1000 кг/м^3, плотность масла 900 кг/м^3.

Решение: Согласно закону Паскаля давление в обоих коленах трубки одинаково

$$p_1 = p_2, \qquad (1)$$

где $p_1 = \rho_1 g h_1$ и $p_2 = \rho_2 g h_2$ – давления в левом и правом коленах; ρ_1 и ρ_2 – плотности воды и масла.

Подставляя выражения для ρ_1 и ρ_2 в равенство (1), получим

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2,$$

откуда $h_1 = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_1} = \frac{0.9 \cdot 10^3 \cdot 0.2}{10^3} = 0.18$ м.

Пример 2. Однородное тело плавает на поверхности керосина так, что объем погруженной части составляет 0,92 всего объема тела. Определите объем погруженной части при плавании тела на поверхности воды.

Решение: Обозначим через V объем всего тела, $V_п$ – объем погруженной части тела, плавающего в керосине, $V'_п$ – объем погруженной части тела, плавающего в воде.

На тело, плавающее в керосине, действуют сила тяжести $m\overline{g}$, выталкивающая сила керосина $\overline{F} = \rho_к V_п$. Из условия плавания следует, что $m\overline{g} = \overline{F}_к$ или

$$mg = \rho_к V_п = \rho_к \cdot 0,92 V. \qquad (1)$$

Аналогично запишем условие плавания тела в воде

$$m\overline{g} = \overline{F}_в \text{ или } mg = \rho_в V'_п. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) получим

$$\rho_к \cdot 0,92 V = \rho_в V'_п,$$

откуда $V'_п = \frac{0.92 \rho_к}{\rho_в} = \frac{0,92 \cdot 0,8 \cdot 10^3}{10^3} = 0,74 V$.

Пример 3. Цилиндрический сосуд с диаметром основания, равным высоте цилиндра, наполнен доверху водой. Найти разность ΔF сил давления воды на дно и стенку цилиндра. Плотность воды 1000 кг/м^3, высота цилиндра H = 20 см.

Решение: Разность сил найдем, отняв от силы давления F_2 воды на стенку силу давления F_1 на дно цилиндра: $\Delta F = F_2 - F_1$, где $F_1 = p_1 S_1$ и $F_2 = p_2 S_2$. Здесь p_1 – давление воды на дно цилиндра, $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ – площадь дна, p_2 – давление воды на стенку и $S_2 = \pi DH$ – площадь стенки цилиндра. Поскольку $p_2 = \frac{p_1}{2}$ и согласно условию $D = H$,

то $\Delta F = p_2 S_2 - p_1 S_1 = \frac{p_1}{2}\pi DH - p_1 \frac{\pi D^2}{4} = \frac{p_1}{2}\pi H^2 - p_1 \frac{\pi H^2}{4} = p_1 \frac{\pi H^2}{4}$.

Давление воды на дно p_1 определим через плотность и высоту: $p = \rho g H$.

Тогда $\Delta F = \rho g H \frac{\pi H^2}{4} = 0.25 \pi \rho g H^3 = 0.25 \cdot 3.14 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \cdot 0.2^3 = 61.5$ Н.

Пример 4. Давление производимое на малый поршень гидравлического пресса, осуществляется посредством рычага (рис. 10), соотношение плеч которого $\frac{l_1}{l_2} = 10$. Какой массы груз может быть поднят большим поршнем, если к длинному плечу рычага приложена сила F = 0,01 кН? Площади поршней S_1 = 10 см^2, S_2 = 500 см^2, КПД пресса η = 0,75.

Решение: Определим вначале, какую силу F_2 развил бы большой поршень, если бы в узлах механизма отсутствовало трение и иные помехи, т.е. если бы КПД был равен 100 %. Согласно формуле гидравлического пресса:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}\text{, откуда } F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} . \qquad (1)$$

Здесь F_1 – сила, прилагаемая коротким плечом рычага к малому поршню. Эту силу определим, воспользовавшись правило м рычага: рычаг дает выигрыш в силе во столько раз, во сколько его длинное плечо длиннее короткого:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{l_1}{l_2}\text{, откуда } F_1 = F \frac{l_1}{l_2} . \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1): $F_2 = F \frac{l_1}{l_2} \frac{S_2}{S_1}$.

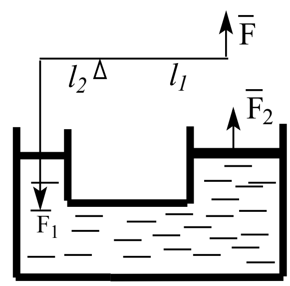

Рис.10. Схема гидравлического пресса

Такое усилие развил бы пресс, если бы его КПД был равен 100 %. Но из-за различных помех оно станет меньше и будет:

$$F_0=\eta F_2=\eta F\frac{l_1}{l_2}\frac{S_2}{S_1}\ .$$

При равномерном подъеме груза сила тяжести $m\bar{g}$, приложенная к нему, будет уравновешена силой F_0, поэтому $F_0=mg$ или $mg=\eta F\frac{l_1}{l_2}\frac{S_2}{S_1}$,

откуда $$m=\frac{\eta}{g}F\frac{l_1}{l_2}\frac{S_2}{S_1}=\frac{0.75}{9.8}10\frac{0.05}{0.001}=38\ \text{кг.}$$

Элементы теории относительности

- Промежуток времени между двумя событиями в движущейся инерциальной системе отсчета (рис. 11)

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ,$$

где t_0 – времени между двумя событиями в неподвижной инерциальной системе отсчета *K*; *c* – скорость света в вакууме; *v* – скорость движущейся системы отсчета.

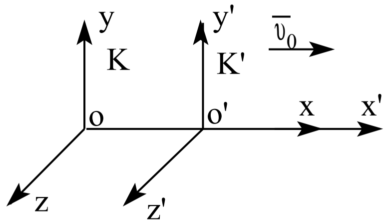

Рис.11. Движущаяся (*K*’) и неподвижная (*K*) системы координат

Длина объекта в движущейся со скоростью *v* системе отсчета *K*’

$$l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\ ,$$

где l_0 – длина того же объекта в неподвижной системе отсчета *K*.

Скорость частицы относительно неподвижной системы отсчета

$$v=\frac{v_0+v_1}{1+\frac{v_0 v_1}{c^2}}\ ,$$

где v_0 – скорость инерциальной системы отсчета относительно неподвижной системы отсчета; v_1 – скорость движения частицы в этой инерциальной системе отсчета и движущейся в том же направлении.

Релятивистская масса движущейся частицы

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ,$$

где m_0 – масса покоя частицы; *v* – скорость движения частицы.

Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} .$$

Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 .$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Две частицы в некоторый момент времени находятся на расстоянии S = 1 км друг от друга и движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 = 0,4 c и v_2 = 0,6 c, где c – скорость света в вакууме. Через какое время они столкнутся?

Решение: Время сближения частиц определим из уравнения равномерного движения:

$$t = \frac{S}{v} , \tag{1}$$

где v – скорость, с которой одна из частиц приближается к другой.
Эту скорость найдем по формуле:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} . \tag{2}$$

Подставим (2) в (1), получим:

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2}\left(1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}\right) = \frac{10^3}{0.4 + 0.6}\left(1 + \frac{0.4 \cdot 0.6}{(3 \cdot 10^8)^2}\right) = 4 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Пример 2. Чему равна скорость v_0 одной инерциальной системы отсчета относительно другой, если скорость частицы относительно одной системы v = 0,5 c, а ее же скорость относительно другой инерциальной системы отсчета v_1 = 0,3 c.

Решение: Примем одну из инерциальных систем отсчета, относительно которой скорость частицы равна v, за неподвижную. Тогда вторая система отсчета движется относительно первой со скоростью v_0, а частица движется относительно второй системы отсчета со скоростью v_1.
Согласно правилу преобразования релятивистских скоростей:

$$v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}} .$$

Отсюда найдем скорость υ_0 одной инерциальной системы отсчета относительно другой:

$$\upsilon+\frac{\upsilon\upsilon_0\upsilon_1}{c^2}=\upsilon_0+\upsilon_1\ ,\quad \upsilon-\upsilon_1=\upsilon_0-\frac{\upsilon\upsilon_0\upsilon_1}{c^2}\ ,$$

откуда $\upsilon_0=\dfrac{\upsilon-\upsilon_1}{1-\dfrac{\upsilon\upsilon_1}{c^2}}=\dfrac{0{,}5-0{,}3}{1-\dfrac{0{,}5\cdot0{,}3}{(3\cdot10^8)^2}}=7\cdot10^7$ м/с.

Механические колебания и волны

- Уравнение гармонических колебаний

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)\ ,$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; t – время; A, ω, φ – соответственно амплитуда, циклическая частота, начальная фаза колебаний; $(\omega t+\varphi)$ – фаза колебаний в момент t.

- Циклическая частота колебаний

$$\omega=2\pi\nu\ ,\ \text{или}\ \ \omega=\frac{2\pi}{T}\ ,$$

где ν и T – частота и период колебаний. Единица измерения частоты герц (Гц).

- Скорость точки, совершающей гармонические колебания

$$\upsilon=\dot{x}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)\ .$$

- Ускорение при гармоническом колебании

$$a=\ddot{x}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)\ .$$

- Амплитуда результирующего, полученного при сложении двух колебаний с одинаковыми частотами, происходящих по одной прямой, определяется по формуле

$$A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)\ ,$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний, м; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

- Начальная фаза результирующего колебания

$$tg\,\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}\ .$$

- Частота биений, возникающих при сложении двух колебаний, происходящих по одной прямой с различными, но близкими по значению частотами ν_1 и ν_2

$$\nu=\nu_1-\nu_2\ .$$

- Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1)\ .$$

Если начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний одинаковы, то уравнение траектории примет вид

$$y=\frac{A_2}{A_1}x \quad \text{или} \quad y=-\frac{A_2}{A_1}x ,$$

т.е. точка движется по прямой.

В том случае, если разность фаз $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\frac{\pi}{2}$, уравнение принимает вид

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1 ,$$

т.е. точка движется по эллипсу.

- Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$m\ddot{x}=-kx \quad \text{или} \quad \ddot{x}+\omega^2 x=0 ,$$

где m – масса точки; k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

- Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$E=\frac{mA^2\omega^2}{2}=\frac{kA^2}{2} .$$

- Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник)

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} ,$$

где m – масса тела; k – жесткость пружины. Единица измерения периода секунда (с).

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнении с массой тела).

- Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} ,$$

где l – длина маятника; g – ускорение свободного падения.

- Период колебаний физического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}} ,$$

где I – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; a – расстояние центра масс маятника от оси колебаний; $L = I/ma$ – приведенная длина физического маятника.

- Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x}=-kx-r\dot{x} , \text{ или } \ddot{x}+2\delta\dot{x}+\omega_0^2 x=0 ,$$

где r – коэффициент сопротивления; δ – коэффициент затухания: $\delta=r/2m$; ω_0 – собственная циклическая частота колебаний: $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$.

- Уравнение затухающих колебаний

$$x=A(t)\cos(\omega t+\varphi) ,$$

где $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний в момент t; ω – их циклическая частота.

- Циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}\ .$$

- Зависимость амплитуда затухающих колебаний от времени

$$A(t)=A_0\exp(-\delta\cdot t)\ ,$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$.

- Логарифмический декремент затухания

$$\theta=\ln\frac{A(t)}{A(t+T)}=\delta T\ ,$$

где $A(t)$ и $A(t + T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период.

- Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x}=-kx-r\cdot\dot{x}+F_0\cos\omega t \quad \text{или} \quad \ddot{x}+2\delta\cdot\dot{x}+\omega_0^2x=f_0\cos\omega t\ ,$$

где $F_0 cos\omega t$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая вынужденные колебания; F_0 – ее амплитудное значение; $f_0={F_0}/{m}$.

- Амплитуда вынужденных колебаний

$$A=\frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\delta^2\omega^2}}\ .$$

- Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{рез}=\sqrt{\omega_0^2-2\delta^2} \quad \text{и} \quad A_{рез}=\frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2+\delta^2}}\ .$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Частица массой m = 0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом T = 2 с. Полная энергия колеблющейся частицы E = 0,1 мДж. Определить амплитуду колебаний и наибольшее значение силы, действующей на частицу.

Решение: Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E=\frac{m\omega^2A^2}{2}\ , \text{ где } \ \omega={2\pi}/{T}\ .$$

Отсюда амплитуда

$$A=\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}\ . \tag{1}$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением $F = -kx$, где k – коэффициент квазиупругой силы; x – смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде:

$$F_{max} = kA. \tag{2}$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = \frac{m4\pi^2}{T^2} \ . \qquad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в (2) и произведя упрощения, получим:

$$F_{\max} = 2\pi\sqrt{\frac{2mE}{T}} \ .$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2\cdot 3.14}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} = 0.045 \ \text{м.}$$

$$F_{\max} = \frac{2\cdot 3.14}{2}\sqrt{2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}} = 4.44\cdot 10^{-3} \ \text{Н.}$$

Пример 2. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью 20 м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстоянии x_1 = 12 см и x_2 = 15 м от источника волн, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi$ = 0,75π. Найти длину волны, написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент t=1,2 с, если амплитуда колебаний 0,1 м.

Решение: Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны, колеблются с разностью фаз, равной 2π; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\phi = \frac{\Delta x\cdot 2\pi}{\lambda} = \left(x_2 - x_1\right)\cdot\frac{2\pi}{\lambda} \ .$$

Решая это равенство относительно λ, получаем

$$\lambda = \frac{2\pi\left(x_2 - x_1\right)}{\Delta\phi} = \frac{2\cdot 3.14(15-12)}{0.75\cdot 3.14} = 8 \ \text{м.} \qquad (1)$$

Для того, чтобы написать уравнение плоской волны, надо еще найти циклическую частоту ω. Так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ($T = \lambda/\upsilon$ – период колебаний), то

$$\omega = \frac{2\pi\upsilon}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 20}{8} = 5\pi \ \text{с}^{-1}.$$

Зная амплитуду колебаний, циклическую частоту и скорость распространения волны, можно написать уравнение плоской волны для данного случая:

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) , \qquad (2)$$

где A = 0,1 м, ω = 5π с$^{-1}$, υ = 20 м/с.

Чтобы найти смещение y указанных точек, достаточно в уравнение (2) подставить значения t и x:

$$y_1 = 0.1\cos 5\pi\left(1.2 - \frac{12}{20}\right) = 0.1\cos 3\pi = -0.1 \ \text{м.}$$

$$y_2 = 0.1\cos 5\pi\left(1.2 - \frac{15}{20}\right) = 0.1\cos 2.25\pi = 0.071 \ \text{м.}$$

Пример 3. Физический маятник представляет собой стержень длиной l = 1 м и массой $3m_1$ с прикрепленным к одному из его концов обручем диаметром $d = l/2$ и массой m_1. Горизонтальная ось Oz маятника проходит через середину стержня перпендикулярно ему (рис. 12). Определить период колебаний такого маятника.

Решение: Период колебаний физического маятника определяется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl_C}}\ , \qquad (1)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси колебаний; m – его масса; l_C – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний.

Момент инерции маятника равен сумме моментов инерции стержня I_1 и обруча I_2:

$$I = I_1 + I_2\ . \qquad (2)$$

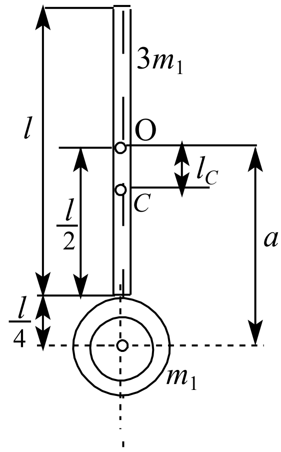

Рис. 12. Физический маятник

Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс, определяется по формуле $I = {}^{ml^2}\!\big/_{12}$. В данном случае $m = 3m_1$ и $I_1 = \dfrac{m_1 l^2}{4}$.

Момент инерции обруча найдем, воспользовавшись теоремой Штейнера: $I = I_0 + ma^2$, где I – момент инерции относительно произвольной оси; I_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно заданной оси; a – расстояние между указанными осями. Применив эту формулу к обручу, получим

$$I_2 = m_1\left(\frac{l}{4}\right)^2 + m_1\left(\frac{3l}{4}\right)^2 = \frac{5}{8}m_1 l^2\ .$$

Подставив выражения I_1 и I_2 в формулу (2), найдем момент инерции маятника относительно оси вращения:

$$I = \frac{1}{4}m_1 l^2 + \frac{5}{8}m_1 l^2 = \frac{7}{8}m_1 l^2\ .$$

Расстояние l_C от оси маятника до его центра масс равно

$$l_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{3\mathrm{m}_1\cdot 0 + m_1\left({}^{3l}\!\big/_{4}\right)}{3\mathrm{m}_1 + m_1} = \frac{\left({}^{3}\!\big/_{4}\right)m_1 l}{4\mathrm{m}_1}\ , \quad \text{или} \quad l_C = \frac{3}{16}l\ .$$

Подставив в формулу (1) выражения I, l_C и массы маятника ($m = 3m_1 + m_1 = 4m_1$), найдем период его колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\left({}^{7}\!\big/_{8}\right)m_1 l^2}{4\mathrm{m}_1 g\cdot\left({}^{3}\!\big/_{16}\right)l}} = 2\pi\sqrt{\frac{7l}{6\mathrm{g}}} = 2\cdot 3.14\sqrt{\frac{7\cdot 1}{6\cdot 9.81}} = 2.17 \ \text{с.}$$

Раздел II. Основы молекулярной физики и термодинамики

Молекулярное строение вещества и газовые законы

- Количество вещества

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему); N_A = 6,02· 10^{23} моль^{-1} – постоянная Авогадро. Единица измерения количества вещества моль (моль).

- Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса тела (системы); ν – количество вещества этого тела. Единица измерения молярной массы килограмм на моль (кг/моль).

- Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum_i n_i A_{r,i},$$

где n_i – число атомов i –го химического элемента; $A_{r,i}$ – относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы приводятся в таблице Д.И. Менделеева.

- Связь молярной массы М с относительной молекулярной массой вещества

$$M = M_r \cdot k,$$

где $k = 10^{-3}$ кг/моль.

- Количество вещества смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A},$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n},$$

где ν_i, m_i, M_i, N_i – соответственно количество вещества, масса, молярная масса и число молекул i-го компонента смеси.

- Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad \text{или} \quad pV = \nu RT,$$

где m – масса газа; M – молярная масса газа; T – термодинамическая температура; R – молярная газовая постоянная; ν – количество вещества; p – давление; V – объем газа.

- Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Клапейрона-Менделеева:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс: $T = const$, $m = const$)

$$pV = const,$$

или для двух состояний газа

$$p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс: $p = const$, $m = const$)

$$\frac{V}{T} = const,$$

или для двух состояний газа

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}\ ;$$

в) закон Шарля (изохорный процесс: $V = const$, $m = const$)

$$\frac{p}{T}=const\ ,$$

или для двух состояний газа

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\ ;$$

г) объединенный газовый закон ($m = const$)

$$\frac{pV}{T}=const \quad \text{или} \quad \frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}\ ,$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_1, T_1 – те же величины в конечном состоянии.

Молекулярно-кинетическая теория газов

- Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы

$$n=\frac{N}{V} \quad \text{и} \quad n=\frac{\rho}{M}N_A\ ,$$

где N – число частиц; V – объем системы; ρ – плотность вещества (в любом агрегатном состоянии); M – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро.

- Основное уравнение кинетической теории газов

$$p=\frac{2}{3}n\langle\varepsilon_n\rangle\ ,$$

где p – давление газа; $\langle\varepsilon_n\rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

- Средняя кинетическая энергия молекулы (с учетом поступательного и вращательного движения)

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{i}{2}kT\ ,$$

где i – число степеней свободы ($i = 3$ для одноатомной молекулы, $i = 5$ для двухатомной и $i = 6$ для трех- и более атомной молекулы); $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

- Средняя кинетическая энергия:

а) поступательного движения молекулы

$$\langle\varepsilon_n\rangle=\frac{3}{2}kT\ ;$$

б) вращательного движения молекулы

$$\varepsilon_{вр}=\frac{i_{вр}}{2}kT\ ,$$

где $i_{вр}$ – число вращательных степеней свободы ($i_{вр} = 2$ для двухатомной молекулы, $i_{вр} = 3$ для трех и более атомной молекулы);

в) колебательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_{кол} \rangle = kT \ .$$

- Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT \ .$$

- Скорость молекул:

а) средняя квадратичная

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} \ \text{ или } \ \langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \ ;$$

б) средняя арифметическая

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} \ \text{ или } \ \langle \upsilon_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\pi M}} \ ;$$

в) наиболее вероятная

$$\upsilon_{в} = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} \ \text{ или } \ \upsilon_{в} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \ ,$$

где m_1 – масса одной молекулы.

Элементы статистической физики

- Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT} \right) ,$$

где n – концентрация частиц; U – их потенциальная энергия; n_0 – концентрация частиц в токах поля, где $U = 0$.

- Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести)

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT} \right) \ \text{ или } \ p = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT} \right) ,$$

где p – давление газа; m – масса частицы; M – молярная масса; h – высота точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 – давление на этом уровне; g – ускорение свободного падения.

- Вероятность того, что физическая величина x, характеризующая молекулу, лежит в интервале значений от x до x + dx, определяется по формуле:

$$dW(x) = f(x)dx \ ,$$

где $f(x)$ – функция распределения молекул по значениям данной физической величины x (плотность вероятности).

- Количество молекул, для которых физическая величина x, характеризующая их, заключена в интервале значений от x до $x + dx$,

$$dN = NdW(x) = Nf(x)dx \ .$$

- Распределение Максвелла (распределение молекул по скоростям в пределах от υ до υ + dυ)

$$dN(\upsilon) = Nf(\upsilon)d\upsilon = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\upsilon^2}{2kT} \right) \upsilon^2 d\upsilon \ ,$$

где $f(\upsilon)$ – функция распределения молекул по модулям скоростей, выражающая отношение вероятности того, что скорость молекулы лежит в интервале υ до υ +

$d\upsilon$, к величине этого интервала, а также долю числа молекул, скорости которых лежат в указанном интервале; N – общее число молекул; m – масса молекулы.

- Распределение молекул по импульсам. Число молекул, импульсы которых заключены в пределах от p до $p + dp$

$$dN(p) = Nf(p)dp = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{m}{2mkT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right) p^2\, dp \ ,$$

где f (p) – функция распределения по импульсам.

- Распределение молекул по кинетическим энергиям поступательного движения. Число молекул, энергии которых заключены в интервале от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$

$$dN(\varepsilon) = Nf(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \varepsilon^{1/2} d\varepsilon \ ,$$

где f (ε) – функция распределения по кинетическим энергиям.

- Эффективное сечение столкновения молекул

$$\sigma = \pi d^2 \ ,$$

где d – эффективный диаметр молекулы, м. Единица измерения эффективного сечения столкновения молекул метр в квадрате (м^2).

- Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle \ \text{ или } \ \langle z \rangle = \sqrt{2}\sigma n \langle \upsilon \rangle \ ,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle \upsilon \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекул.

- Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \ .$$

- Импульс, переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности

$$dp = \eta \frac{d\upsilon}{dz} \Delta S dt \ ,$$

где η – динамическая вязкость газа; $\frac{d\upsilon}{dz}$ – градиент скорости течения его слоев; ΔS – площадь элемента поверхности; dt – время переноса.

Явления переноса

- Теплопроводность газа. Закон Фурье

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx} \ ,$$

где j_E – плотность теплового потока – величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x; λ – теплопроводность (коэффициент теплопроводности); $\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке.

Знак минус показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры.

Коэффициент теплопроводности

$$\lambda = \frac{C_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle}{3},$$

где C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (количество теплоты, «обходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме), ρ – плотность газа, $<v>$ – средняя скорость теплового движения молекул, $<l>$ – средняя длина свободного пробега молекул.

- Диффузия газа. Закон Фика

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx},$$

где j_m плотность потока массы – величина, определяемая массой вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x; D – диффузия **(**коэффициент диффузии**);** $\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности.

Коэффициент диффузии

$$D = \frac{\langle v \rangle \langle l \rangle}{3},$$

где $<v>$ – средняя скорость теплового движения молекул, $<l>$ – средняя длина свободного пробега молекул.

- Вязкость. Закон Ньютона

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S,$$

где η – динамическая вязкость (коэффициент вязкости); $\left|\frac{dv}{dx}\right|$ – градиент скорости, показывающий быстроту изменения скорости в направлении x, перпендикулярном направлению движения слоев;, S – площадь, на которую действует сила F.

Коэффициент динамической вязкости

$$\eta = \frac{\rho \langle v \rangle \langle l \rangle}{3},$$

где ρ – плотность газа (жидкости); $\langle v \rangle$ – средняя скорость хаотического движения его молекул; $\langle l \rangle$ – их средняя длина свободного пробега.

Физические основы термодинамики

- Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, получаемое системой, Дж; A – работа, совершаемая системой против внешних сил, Дж; ΔU – изменение внутренней энергии системы, Дж.

- Первое начало термодинамики в дифференциальной форме

$$\delta Q = dU + \delta A \ ,$$

где dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы; δA – элементарная работа; δQ – бесконечно малое количество теплоты.

- Работа, совершаемая газом при изменении его объема

$$\delta A = pdV \ .$$

Частные случаи

а) при изобарном процессе (p = *const*)

$$A = p\left(V_2 - V_1\right) \ ;$$

б) при изотермическом процессе (T = *const*)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln\frac{V_2}{V_1} \ ;$$

в) при изохорном процессе (V = *const*)

$$A = 0;$$

г) при адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_V \left(T_1 - T_2\right) \ .$$

- Удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К

$$c = \frac{\delta Q}{mdT} \ .$$

Единица измерения удельной теплоемкости джоуль на килограмм-кельвин (Дж/кг·К).

- Молярная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT} \ .$$

Единица измерения удельной теплоемкости джоуль на моль-кельвин (Дж/моль·К).

- Связь между молярной C_m и удельной c теплоемкостями

$$C_m = cM \ ,$$

где M – молярная масса газа.

- Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении:

$$C_V = \frac{iR}{2} \ ; \quad C_p = \frac{\left(i+2\right)R}{2} \ ,$$

где i – число степеней свободы; R – молярная газовая постоянная.

- Удельные теплоемкости при постоянном объеме и давлении:

$$c_V = \frac{iR}{2\text{M}} \ ; \quad c_p = \frac{\left(i+2\right)R}{2\text{M}} \ .$$

- Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R \ .$$

- Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} \ \text{ или } \ \gamma = \frac{i+2}{i} \ .$$

- Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

а) к изохорному

$$\delta Q = dU$$

$$Q = \frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1 \right), \quad \Delta U = \frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1 \right), \quad A = 0;$$

б) к изобарному

$$\delta Q = dU + \delta A$$

$$Q = \frac{m}{M} C_p \left(T_2 - T_1 \right), \quad \Delta U = \frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1 \right), \quad A = p \left(V_2 - V_1 \right) \text{ или } A = \frac{m}{M} R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1};$$

в) к изотермическому

$$\delta Q = \delta A$$

$$Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad \Delta U = 0, \quad A = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

г) к адиабатному

$$\delta A = -dU$$

$$\delta Q = 0, \quad \Delta U = \frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1 \right), \quad A = \frac{m}{M} C_V \left(T_1 - T_2 \right).$$

Уравнение адиабаты (уравнение Пуассона)

$$pV^{\gamma} = const.$$

Связь между начальным и конечным значениями параметров состояний газа при адиабатном процессе

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(\gamma - 1)/\gamma}.$$

- Энтропия – функция состояния, дифференциалом которой является $\delta Q/T$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}.$$

Единица измерения энтропии джоуль на кельвин (Дж/К).

Изменение энтропии

а) при обратимых процессах (в замкнутой системе)

$$\Delta S = 0;$$

б) при необратимых процессах (в замкнутой системе)

$$\Delta S > 0.$$

- Формула Больцмана (статистическое толкование энтропии)

$$S = k \ln W,$$

где S – энтропия системы; W – статистический вес или термодинамическая вероятность состояния системы; k – постоянная Больцмана.

- Второе начало термодинамики: *любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает*:

$$\Delta S \geq 0.$$

- Третье начало термодинамики: *энтропия всех тел в состоянии равновесия стремиться к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:*

$$\lim_{T \to 0} S = 0.$$

- Энтальпия и ее изменение

$$H = U + pV\ ,\quad \Delta H = \Delta U + p\Delta V = Q\ \ (\text{при } p = const)$$

$$\Delta H = \Delta U + V\Delta p\ \ (\text{при } V = const)$$

- Термический коэффициент полезного действия цикла в общем случае

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\ ,$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

- К.п.д. цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\quad \text{или}\quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}\ ,$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура охладителя.

Реальные газы

- Уравнение Ван-дер-Ваальса для одного моля газа

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)\cdot\left(V_m - b\right) = RT\ ,$$

для произвольного количества вещества

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V_m^2}\right)\cdot\left(V_m - vb\right) = vRT\ ,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса; V – объем, занимаемый газом; V_m – молярный объем; p – давление газа на стенки сосуда; v – количество вещества.

- Связь критических параметров – объема, давления и температуры газа – с постоянными Ван-дер-Ваальса

$$V_{mкр} = 3b\ ,\quad p_{кр} = \frac{a}{27b^2}\ ,\quad T_{кр} = \frac{3a}{27Rb}\ .$$

- Внутренняя энергия реального газа

$$U = v\left(C_V T - \frac{a}{V_m}\right).$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить молярную массу M смеси кислорода массой m_1 = 25 г и азота массой m_2 = 75 г. Молярная масса кислорода $M_1 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль, молярная масса азота $M_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение: Молярная масса смеси есть отношение массы смеси к количеству вещества смеси:

$$M = \frac{m}{v}\ . \tag{1}$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси:

$$m = m_1 + m_2 .$$

Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} .$$

Подставив в формулу (1) выражения для m и ν, получим:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}} = \frac{25\cdot 10^{-3} + 75\cdot 10^{-3}}{\frac{25\cdot 10^{-3}}{32\cdot 10^{-3}} + \frac{75\cdot 10^{-3}}{28\cdot 10^{-3}}} = 28{,}9\cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Пример 2. Определить число N молекул, содержащихся в объеме V = 1 мм^3 воды, и массу m_1 молекул воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Решение: Число молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро на количество вещества:

$$N = \nu \cdot N_A .$$

Поскольку $\nu = \frac{m}{M}$, то $N = \frac{m}{M} N_A$. Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем, получим: $N = \frac{\rho V}{M} N_A$.

Из таблицы Д.И. Менделеева найдем, что молярная масса воды $M = 18\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Тогда $$N = \frac{10^3\cdot 10^{-9}}{18\cdot 10^{-3}} 6.02\cdot 10^{23} = 3.34\cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Массу одной молекулы найдем по формуле:

$$m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{18\cdot 10^{-3}}{6.02\cdot 10^{23}} = 2.99\cdot 10^{-26} \text{ кг.} \quad (1)$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем $V_1 = d^3$, где d – диаметр молекулы.

Отсюда $$d = \sqrt[3]{V} \quad (2)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_m на число молекул в моле, т.е. на N_A: $$V_1 = \frac{V_m}{N_A} . \quad (3)$$

Подставим выражение (3) в (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_m}{N_A}} , \quad \text{где} \quad V_m = {}^{M}\!/_{\rho} .$$

Тогда $$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} .$$

Произведем вычисления $$d = \sqrt[3]{\frac{18\cdot 10^{-3}}{10^3\cdot 6.02\cdot 10^{23}}} = 3.11\cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Пример 3. Сколько молекул воздуха находится в комнате объемом 240 м^3 при температуре 15 ^{0}С и давлении 750 мм.рт.ст.?

Решение: Чтобы использовать объединенный закон газового состояния, сравним между собой состояния данной массы воздуха при заданных (p_1, V_1, T_1) и нормальных (p_0, V_0, T_0) условиях:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_0}{T_0} .$$

Поскольку объем воздуха при нормальных условиях $V_0 = m/\rho_0$ (ρ_0 – плотность воздуха при нормальных условиях), то предыдущее уравнение примет вид:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 m}{T_0 \rho_0} ,$$

откуда

$$m = \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1} .$$

Найдем, сколько молей содержится в данной массе воздуха:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1 M} .$$

Поскольку в одном моле любого газа, в том числе и воздуха, содержится число молекул, равное постоянной Авогадро, то:

$$N = N_A \cdot \nu = N_A \cdot \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{p_0 T_1 M} = 6.02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{10^5 \cdot 240 \cdot 273 \cdot 1.29}{1.01 \cdot 10^5 \cdot 288 \cdot 29 \cdot 10^{-3}} \approx 6 \cdot 10^{27} \text{ молекул.}$$

Пример 4. Из баллона со сжатым водородом вместимостью V = 10 л вследствие неисправности вентиля утекает газ. При температуре t_1 = 7 ^{0}С барометр показывает p = 51 атм. Показание барометра не изменилось и при температуре t_2 = 17 ^{0}С. Определите, сколько газа утекло.

Решение: Используя уравнение Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m_1}{M} RT_1 ,$$

найдем первоначальную массу водорода

$$m_1 = \frac{pVM}{RT_1} .$$

Аналогично найдем массу водорода m_2 после утечки:

$$m_2 = \frac{pVM}{RT_2} .$$

Следовательно, масса утекшего газа:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{pVM}{RT_1} - \frac{pVM}{RT_2} = \frac{pVM}{R} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}$$

$$\Delta m = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (290 - 280)}{8.3 \cdot 290 \cdot 280} \approx 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Пример 5. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_V и при постоянном давлении c_p неона, принимая этот газ за идеальный.

Решение: Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_V=\frac{iR}{2M}\ ;\quad c_p=\frac{(i+2)R}{2M}\ .$$

Для неона (одноатомный газ) i = 3, M = 20·10^{-3} кг/моль.
Произведем вычисления

$$c_V=\frac{3}{2}\cdot\frac{8.31}{20\cdot10^{-3}}=6.24\cdot10^2\ \text{Дж/кг·К.}$$

$$c_p=\frac{3+2}{2}\cdot\frac{8.31}{20\cdot10^{-3}}=1.04\cdot10^3\ \text{Дж/кг·К.}$$

Пример 6. Какая доля молекул кислорода при температуре T = 300 К имеет скорость в интервале от ($v_в-1$) м/с до ($v_в+1$)м/с? Молярная масса кислорода M = 32·10^{-3} кг/моль.

Решение: Наивероятнейшая скорость $\upsilon_в$ находится по формуле

$$\upsilon_в=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=\ 394{,}5\ \text{м/с.}$$

Т.к. интервал скоростей ($d\upsilon$ = 2 м/с) значительно меньше, чем наивероятнейшая скорость, то можно воспользоваться формулой Максвелла:

$$\frac{dN}{N}=4\pi\sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3}\,\upsilon_в^2e^{-\frac{m\upsilon_в^2}{2kT}}d\upsilon \qquad (1)$$

Выразим массу молекулы кислорода через молярную массу и число Авогадро:

$$m=\frac{M}{N_A} \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1) и учитывая, что $R=k\cdot N_A$, получаем:

$$\frac{dN}{N}=4\pi\sqrt{\left(\frac{m}{2\pi RT}\right)^3}\,v_в^2e^{-\frac{Mv_в^2}{2RT}}dv \qquad (3)$$

Подставив в (3) числовые данные, находим

$$\frac{dN}{N}=4.2\cdot10^{-3}=0.42\ .$$

Пример 7. Давление атомарного водорода в космическом пространстве примерно p = 1,7·10^{-15} Па при температуре T = 125 К, эффективный диаметр его молекул $d_{эф}$ = 0,22 нм. Найти, какое время t в среднем движется молекула водорода между последовательными столкновениями.

Решение: Время между последовательными столкновениями можно найти, разделив среднюю длину свободного пробега молекулы на ее среднюю арифметическую скорость:

$$t=\frac{\langle l\rangle}{\langle\upsilon\rangle}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2n}}{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}\ .$$

Концентрация молекул n связана с давлением p формулой $p=nkT$, откуда и выразим концентрацию молекул: $n=\frac{p}{kT}$.

Тогда время между последовательными столкновениями молекул водорода найдем как: $t=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}\cdot\sqrt{\frac{\pi M}{8RT}}$.

Произведем вычисления

$$t=\frac{1.38\cdot 10^{-23}\cdot 125}{\sqrt{2}\cdot 3.14\cdot\left(2.2\cdot 10^{-10}\right)^2 1.7\cdot 10^{-15}}\cdot\sqrt{\frac{3.14\cdot 2\cdot 10^{-3}}{8\cdot 8.31\cdot 125}}=4\cdot 10^9 c=129 \text{ лет.}$$

Пример 8. Кислород массой m = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_1 = 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_3 = 0,5 МПа. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершаемую им работу A и теплоту Q, переданную газу.

Решение: Изменение внутренней энергии газа:

$$\Delta U=c_V m\Delta T=\frac{i}{2}\frac{R}{M}m\Delta T,$$

где i = 5 – число степеней свободы молекул кислорода; $\Delta T = T_3 - T_1$ – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева

$$pV=\frac{m}{M}RT,$$

откуда $$T=\frac{pVM}{mR}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой:

$$A_1=\frac{m_1}{MR\Delta T}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю:

$$A_2=0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом, равна:

$$A=A_1+A_2=A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии и работы:

$$Q=\Delta U+A$$

Произведем все вычисления, учтя, что для кислорода М = 32·10^{-3} кг/моль.

$$T_1=\frac{2\cdot 10^5 1\cdot 32\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8.31}=385 \text{ К};\quad T_2=\frac{2\cdot 10^5\cdot 3\cdot 32\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8.31}=1155 \text{ К};\quad T_3=\frac{5\cdot 10^5\cdot 3\cdot 32\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8.31}=2887 \text{ К};$$

$$A_1=\frac{8.31\cdot 2\cdot(1155-385)}{32\cdot 10^{-3}}=0.400\cdot 106 \text{ Дж} = 0.4 \text{ МДж};$$

$$A=A_1=0.4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U=\frac{5}{2}\cdot\frac{8.31\cdot 2\cdot(2887-385)}{32\cdot 10^{-3}}=3.24\cdot 10^6 \text{ Дж} = 3{,}24\text{МДж};$$

$$Q = 3.24 + 0.4 = 3.64 \text{ МДж.}$$

Пример 9. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление p = 79 кПа, благодаря чему летчик считает высоту h_1 полета неизменной. Однако температура воздуха за бортом самолета изменилась с 5 ^{0}C до 1 ^{0}C. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Давление p_0 у поверхности Земли считать нормальным.

Решение: Для решения задачи воспользуемся барометрической формулой

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)$$

Барометр может показывать неизменное давление при различных температурах T_1 и T_2 за бортом только в том случае, если самолет находится не на высоте h (которую летчик считает неизменной), а на некоторой другой высоте h_2.

Запишем барометрическую формулу для этих двух случаев:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh_1}{RT_1}\right), \qquad p = p_0 \exp\left(-\frac{Mgh_2}{RT_2}\right).$$

Найдем отношение p_0/p и обе части полученного равенства прологарифмируем:

$$\ln\frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_1}{RT_1}, \qquad \ln\frac{p_0}{p} = \frac{Mgh_2}{RT_2}.$$

Из полученных соотношений выразим высоты h_1 и h_2 и найдем их разность:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{R\ln\left(p_0/p\right)}{Mg}\cdot\left(T_2 - T_1\right)$$

Подставим значения и произведем вычисления:

$$\Delta h = \frac{8.31\cdot\ln\left(101/79\right)}{29\cdot10^{-3}\cdot9.8}\cdot(1-5) = -28.5 \text{ м.}$$

Знак «–» означает, что $h_2 < h_1$ и, следовательно, самолет снизился на 28,5 м по сравнению с предполагаемой высотой.

Пример 10. Паровая машина мощностью N = 14,7 кВт потребляет за время t = 1 ч работы m = 8,1 кг угля с удельной теплотой сгорания $q = 3{,}3\cdot10^7$ Дж/кг. Температура котла t_1 = 200 ^{0}C, температура холодильника t_2 = 58 ^{0}C. Найти фактический $\eta_ф$ КПД этой машины. Определить во сколько раз КПД идеальной $\eta_{ид}$ тепловой машины, работающей по циклу Карно при тех же температурах нагревателя и холодильника, превосходит КПД этой паровой машины $\eta_ф$.

Решение: КПД реальной паровой машины (фактический КПД) определяется отношением работы, совершенной этой машиной за некоторое время, к количеству теплоты Q_1, которое отдано нагревателем за это время:

$$\eta_ф = \frac{A}{Q_1}\cdot100 .$$

Работу, совершаемую паровой машиной, можно определить произведением мощности на время ее работы:

$$A = Nt .$$

Паровая машина отдает количество теплоты Q_1, которое выделит сгоревший уголь массой m. Это количество теплоты равно:

$$Q_1 = mq \ .$$

Тогда фактический КПД паровой машины определим как:

$$\eta_{ф} = \frac{Nt}{mq} 100 = \frac{1,47 \cdot 10^4 \cdot 3600}{8,1 \cdot 3,3 \cdot 10^7} 100 = 20 \ . \qquad (1)$$

КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, определяется формулой:

$$\eta_{ид} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100 \ . \qquad (2)$$

Разделив (2) на (1) мы ответим на второй вопрос задачи:

$$\frac{\eta_{ид}}{\eta_{ф}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot \eta_{ф}} = \frac{473 - 331}{473 \cdot 20} 100 = 1,5 \ .$$

Пример 11. Какую температуру T имеет масса m = 2г азота, занимающего объем V = 820 см^3 при давлении p = 0,2 МПа? Для азота $T_к$ = 126 K, $p_к$ = 3,4 МПа.

Решение: Реальные газы подчиняются уравнению Ван-дер-Ваальса: $\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT$. Известно, что $p_k = \frac{a}{27 b^2}$, откуда выразим a: $a = p_k \cdot 27 b^2$

$T_k = \frac{8a}{27 Rb}$, подставим сюда значение для a: $T_k = \frac{8 \cdot p_k \cdot 27 \cdot b^2}{27 \cdot R \cdot b}$,

откуда выразим b: $b = \frac{T_k \cdot R}{8 \cdot p_k} = \frac{126 \cdot 8.31}{8 \cdot 3.4 \cdot 10^6} = 3.8 \cdot 10^{-5}$

А теперь вычислим a: $a = 3.4 \cdot 10^6 \cdot 27 \cdot (3.8 \cdot 10^{-5})^2 = 0.132$

Из уравнения Ван-дер-Ваальса температура:

$$T = \nu R \left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu \cdot b)$$

$$T = \frac{28 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31} \left(2 \cdot 10^6 + \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}}\right)^2 \text{¿} \frac{0.132}{(820 \cdot 10^{-6})^2}\right) \text{¿} \left(820 \cdot 10^{-6} - \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}}\right) \text{¿} 3.8 \cdot 10^{-5}\right) = 274\, K \, .$$

Контрольная работа № 1

1. Материальная точка движется в плоскости XOY, и при этом её координаты изменяются с течением времени по закону $x = 2\sin \omega t$ и $y = 2\cos \omega t$, где ω – константа. Какова траектория точки?
2. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где A = 2 м, B = 1 м/с, C = – 0,5 м/с^3. Найти координату x, скорость υ_x и ускорение a_x точки в момент времени t = 2с.
3. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону φ = А + Bt + Ct^2, где A = 10 рад, B = 20 рад, C = –2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки,

находящейся на расстоянии r = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

4. Мяч скатился по трем ступенькам лестницы с высоты H = 1,2 м. Высота каждой ступеньки равна ее ширине h. Угол наклона лестницы к горизонту $\alpha = 45^0$. Чему равны путь S и перемещение $\Delta\bar{r}$.
5. Материальная точка движется согласно уравнениям $x = 4t + 2$ см и $y = t^2$ см. Проходит ли ее траектория через точки x_1 = 8 см и y_2 = 16 см?
6. Мяч упал с высоты h_1 = 3 м и после удара о землю подпрыгнул на высоту h_2 = 2 м. Определите его путь s и модуль перемещения $|\Delta\bar{r}|$.
7. Зависимость пройденного телом пути s от времени t задается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где A = 6 м, B = 3 м/с, C = 2 м/с^2. Найти среднюю скорость $\bar{\upsilon}$ и среднее ускорение $\bar{a}$ тела для интервала времени $1 \le t \le 4$ с.
8. Зависимость пройденного телом пути s от времени t задается уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где A = 3 м, B = 2 м/с, C = 1 м/с^2. Найти среднюю скорость $\bar{\upsilon}$ и среднее ускорение $\bar{a}$ тела за первую, вторую и третью секунды его движения.
9. Тело, имеющее начальную скорость υ_0 = 20 м/с, двигалось прямолинейно с постоянным ускорением и через время t = 10 с остановилось. Построить график скорости тела и, используя этот график, найти перемещение и путь, пройденный телом.
10. Катер проходит расстояние между двумя пунктами на реке вниз по течению за время t_1 = 8ч, обратно – за время t_2 = 12ч. За сколько часов катер прошел бы то же расстояние в стоячей воде?
11. Автомобиль прошел за t_1 – 2 мин расстояние s_1 = 4 км. Какое расстояние s_2 он пройдет за t_2 = 0,5 ч? Движение в обоих случаях равномерное и прямолинейное.
12. Пешеход и поезд движутся в одном направлении по мосту. Длина моста L = 300 м, длина поезда l = 100 м. Скорость пешехода υ_1 = 2 м/с, скорость поезда υ_2 = 18 км/ч. На сколько времени пешеход будет идти по мосту дольше, чем поезд?
13. Расстояние между двумя станциями метрополитена l = 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, втору – равнозамедленно, с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда υ = 50 км/ч. Найти ускорение a и время t движения поезда между станциями.
14. Какую скорость приобретает ракета, движущаяся из состояния покоя с ускорением a = 60 м/с^2, на пути s = 750 м? За какое время будет достигнута такая скорость?
15. Для материальной точки, движущейся по оси OX, зависимость координаты от времени выражается уравнением $x = 6 - 4t + t^2$, в котором все величины заданы в единицах СИ. Определить через t_1 = 5 с после начала движения координату точки, её скорость и пройденный путь.
16. Охотник стреляет в птицу, которая находится в момент выстрела на расстоянии L = 30 м от него. Выстрел производится в направлении, перпендикулярном траектории полета птицы. Скорость птицы, летящей

горизонтально, $\upsilon_1 = 15$ м/с, скорость дроби $\upsilon_2 = 375$ м/с. Какой путь s пролетит птица с момента выстрела до момента, когда в нее попадет дробь?

17. Мотоциклист проходит некоторое расстояние в 3 раза быстрее, чем велосипедист. На сколько скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста, если скорость равна 8 м/с?
18. Автомобиль через $t_1 = 20$ с от начала движения приобретает скорость $\upsilon_1 = 1{,}8$ км/ч. Через сколько времени t_2 от начала движения его скорость станет равна $\upsilon_2 = 2$ км/ч?
19. Автомобиль прошел путь $s = 10$ км за $t = 6$ мин с ускорением $a = 0{,}1$ м/с^2. Чему равны начальная υ_0 и конечная υ скорости автомобиля?
20. Тело, двигаясь равнозамедленно, увеличило свою скорость в n раз за время t и при этом прошло путь s. Найдите ускорение и начальную скорость тела.
21. Тело свободно падает с высоты $h = 20$ м. Какие пути s_1 и s_2 пролетело тело за первую и вторую половины времени падения? Начальная скорость тела равна $\upsilon_0 = 0$.
22. Камень бросают вверх с башни, сообщая ему начальную скорость 10 м/с. 1) Где будет этот камень через 2 с, если высота башни 15м? 2) Когда он упадет на землю? 3) Какова максимальная высота подъема? 4) Какова скорость в момент падения на землю?
23. Тело брошено горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м/с с высоты $h = 50$ м. Определить скорость тела υ_1 через 1 с после начала движения. Найти время полета t и дальность полета s.
24. Тело падает без начальной скорости с высоты h. Найти среднюю скорость на нижней половине пути. Сопротивление воздуха не учитывать.
25. Во сколько раз надо изменить скорость тела, брошенного горизонтально, чтобы, при вдвое большей высоте, с которой оно брошено, получить прежнюю дальность полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.
26. Метеорологическая ракета, запущенная вертикально к поверхности Земли, движется с ускорением $a_1 = 2g$ в течение времени $\tau = 50$ с. Затем двигатели прекращают работу. Определите максимальную высоту подъема ракеты. Сопротивлением воздуха пренебречь.
27. Тело, брошенное вертикально вверх из точки, находящейся над поверхностью Земли на высоте H, падает на Землю через время τ от момента бросания. С какой скоростью υ_0 брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.
28. Два камня находятся на одной вертикали на расстоянии $L = 10$ м друг от друга. В некоторый момент времени верхний камень бросают вниз со скоростью $\upsilon_{01} = 20$ м/с, а нижний опускают. Через какое время камни столкнуться? Сопротивлением воздуха пренебречь.
29. Тело брошено вертикально вверх с высоты $h = 20$ м с начальной скоростью $\upsilon_0 = 3$ м/с. На какой высоте h_1 оно окажется через $\tau = 2$с после начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.
30. Одновременно одно тело падает без начальной скорости с высоты h_1, второе тело бросают вертикально вниз с высоты h_2 ($h_1 > h_2$). На Землю эти тела

падают одновременно. Определите время падения τ и скорость, с которой было брошено второе тело.

31. Из двух точек, находящихся на расстоянии $L_0 = 50$ м друг от друга, бросили одновременно навстречу друг другу два тела с одинаковыми скоростями $\upsilon_0 = 5$ м/с. Определите, через какое время τ и на каком расстоянии L от верхней точки тела столкнутся.
32. Проезжая n-й этаж ($n = 6$), лифт со скоростью $\upsilon_0 = 4$ м/с поднимался с ускорением $a = 2$ м/с^2, направленным вниз. На каком этаже n_1 остановится лифт, если высота каждого этажа равна $H = 4$ м?
33. Ударом шарику сообщают начальную скорость, и он вкатывается на наклонную плоскость. На расстоянии от места начала движения $L = 80$ см шарик побывал дважды: через время $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после удара. Считая движение равнопеременным, найдите начальную скорость υ_0 и ускорение a.
34. На одном конце соломинки, лежащей на горизонтальной плоскости, сидит кузнечик. Определить, с какой минимальной скоростью он должен прыгнуть, чтобы попасть на другой конец соломинки, длина которой l, а масса m. Масса кузнечика m_0. Трение не учитывается.
35. Под углом α к линии горизонта произвели выстрел из орудия. Артиллерист услышал звук разрыва снаряда через время t после выстрела. Определить дальность полета снаряда, если его начальная скорость υ_0. Скорость звука $\upsilon_{зв}$.
36. Тело падает без начальной скорости с высоты $h = 45$ м. Найдите среднюю скорость на нижней половине пути.
37. Свободно падающее (без начальной скорости) тело прошло за последнюю секунду падения ⅓ своего пути. Найдите время падения и высоту, с которой упало тело.
38. Под каким углом к горизонту α необходимо бросить камень со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с, чтобы он попал в точку A, расположенную на высоте $h = 7$ м и на расстоянии $L = 10$ м от места падения?
39. С какой скоростью υ_0 в момент старта ракеты нужно выстрелить из пушки, чтобы поразить ракету, стартующую вертикально вверх с ускорением a? Расстояние от пушки до ракеты L, пушка стреляет под углом φ к горизонту. Начальная скорость ракеты равна нулю.
40. Тело брошено со скорость $\upsilon_0 = 14{,}7$ м/с под углом $\varphi = 30^0$ к горизонту. Найдите нормальное и тангенциальное ускорения тела через $\tau = 1{,}25$ с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.
41. Конец минутной стрелки часов на Спасской башне Кремля за $t = 1$мин прошел путь $s = 0{,}4$ м. Определить длину минутной стрелки кремлевских часов.
42. Угловая скорость лопастей вентилятора $\omega = 6{,}28$ рад/с. Найти число оборотов N за время $t = 30$ мин.
43. Путь, пройденный материальной точкой при ее равномерном движении по окружности, изменяется с течением времени по закону $s = 6{,}28t$. Найти частоту оборотов точки ν, если радиус окружности $R = 10$ см.
44. Маховик радиусом $R = 1$ м начинает вращаться равноускоренно. Через t_1=6 с точка, лежащая на его ободе, приобретает линейную скорость $\upsilon_1 = 20$ м/с.

Найти линейную скорость υ_2, тангенциальное, центростремительное и полное ускорения этой точки через $t_2 = 30$ с от начала движения.

45. Вертолет начал снижаться с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2. Лопасть винта вертолета имеет длину $h = 5$ м и совершает 300 об/мин. Определите число оборотов лопасти за время снижения вертолета на 40 м, линейную скорость и центростремительное ускорение.
46. Пуля, летевшая горизонтально, пробила один за другим два диска, насаженных на один вал и вращавшихся с частотой $\nu = 10$ с$^{-1}$. Расстояние между дисками $s = 30$ см. Найти скорость пули между дисками, если угловое смещение пробоин $\varphi = 9^0$ и пробоины оказались расположенными на одинаковом расстоянии от оси вращения.
47. Найти радиус R вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость υ_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости υ_2 точки, лежащей на расстоянии $r = 5$ см ближе к оси колеса.
48. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20$ рад/с через $N = 10$ об после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.
49. Колесо, вращаясь равноускоренно, через время $t = 1$ мин после начала вращения приобретает частоту $n = 720$ об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.
50. Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время $t = 1$ мин уменьшило свою частоту с $n_1 = 300$ об/мин до $n_2 = 180$ об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.
51. Вентилятор вращается с частотой $n = 900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 75$ об. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?
52. Вал вращается с частотой $n = 180$ об/мин. С некоторого момента вал начинает вращаться равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с^2. Через какое время вал остановится? Найти число оборотов N вала до остановки.
53. Точка движется по окружности радиусом $R = 10$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $\upsilon = 79{,}2$ см/с.
54. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ см. Зависимость пути от времени задается уравнением $s = Ct^3$ где $C = 0{,}1$ см/с^3. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки $\upsilon = 0{,}3$ м/с.
55. Найти угловое ускорение ε колеса, если известно, что через время $t = 2$ с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол $\alpha = 60^0$ с вектором ее линейной скорости.
56. Колесо радиусом $R = 5$ см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $D = 1$ рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти изменение тангенциального ускорения $\Delta\, a_\tau$ за единицу времени.
57. Во сколько раз нормальное ускорение a_n точки, лежащей на ободе колеса, больше ее тангенциального ускорения a_τ для того момента, когда вектор

полного ускорения точки составляет угол $\alpha = 30^0$ с вектором ее линейной скорости.

58. Колесо радиусом R = 0,1 м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где B = 2 рад/с, C = 1 рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время t = 2 с после начала движения: а) угловую скорость ω; б) линейную скорость υ; в) угловое ускорение ε; г) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.
59. Колесо вращается с угловым ускорением ε = 2 рад/с^2. Через время t = 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса a = 13,6 см/с^2. Найти радиус R колеса.
60. Точка движется по окружности радиусом R = 20 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ = 5 см/с^2. Через какое время t после начала движения нормальное a_n ускорение точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?
61. Груз массой m = 100 кг перемещают равномерно по горизонтальной поверхности, прилагая силу, направленную под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. Определить величину этой силы, если коэффициент трения скольжения равен $k = 0{,}3$.
62. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол α, движется груз массой m, к которому приложена сила $\overline{F}$, направленная под углом β к наклонной плоскости. Коэффициент трения скольжения равен k. Найти ускорение тела.
63. Какой массы m_x балласт надо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же скоростью? Масса аэростата с балластом m = 1600 кг, подъемная сила аэростата F = 12 кН. Считать силу сопротивления $F_{сопр}$ воздуха одной и той же при подъеме и спуске.
64. Шар на нитке подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон тормозится, и его скорость за время t = 3с равномерно уменьшается от υ_1 = 18 км/ч до υ_2 = 6 км/ч. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?
65. Брусок тянут на нити по горизонтальной поверхности со скоростью υ_0 = 5 см/с. Коэффициент трения бруска о поверхность k = 0,01. Какой путь пройдет брусок до остановки, если нить оборвется?
66. К концам легкой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены грузы массами m_1 и m_2. Определите ускорение движения грузов и силу натяжения нити. Массой блока и силами трения можно пренебречь.
67. Какую силу F надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время t = 30 с прошел путь s = 11 м? Масса вагона m = 16 т. Во время движения на вагон действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,05 действующей на него силы тяжести mg.
68. Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой n = 30 об/мин. На расстоянии r = 20 см от оси вращения на диске лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения k между телом и диском, чтобы тело не скатывалось с диска?

69. Человек массой m = 70 кг поднимается в лифте. Лифт перед остановкой движется равнозамедленно вертикально вверх с ускорением a = 1 м/с^2. Определите вес P человека в лифте.
70. По наклонной плоскости, расположенной под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту, скользит тело. Найти его ускорение, если коэффициент трения f = 0,3.
71. Конькобежец массой M = 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой m = 3 кг со скоростью υ = 8 м/с относительно Земли. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед равен k = 0,02.
72. Вагонетку массой m = 3 т поднимают по рельсам в гору, наклон которой к горизонту составляет $\varphi = 30^0$. Какую работу совершает сила тяги на пути s = 50 м, если известно, что вагонетка двигалась с ускорением a = 0,2 м/с^2, а коэффициент трения равен f = 0,1.
73. При расследовании причин ДТП необходимо определить, возможно ли движение автомобиля вверх по горной дороге с уклоном, равным $\varphi = 30^0$, с ускорением a = 0,6 м/с^2, если коэффициент трения между шинами и поверхностью дороги k = 0,5.
74. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает силу натяжения T = 4,4 кН. С каким наибольшим ускорением a можно поднимать груз массой m = 400 кг, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?
75. К нити подвешена гиря. Если поднимать гирю с ускорением a = 2 м/с^2, то сила натяжения нити T_1 будет вдвое меньше той силы натяжения T_2, при которой нить разорвется. С каким ускорением a_2 надо поднимать гирю, чтобы нить разорвалась?
76. Автомобиль массой m = 1020 кг, двигаясь равнозамедленно, остановился через t = 5 с, пройдя путь s = 25 м. Найти начальную скорость автомобиля υ_0 и силу торможения F.
77. Тело массой m = 0,5 кг движется так, что зависимость пройденного пути s от времени t задается уравнением $s = A\sin\omega t$, где A = 5 см, $\omega = \pi$ рад/с. Найти силу F, действующую на тело через время t = (1/6) с после начала движения.
78. Молекула массой $m = 4{,}65\cdot10^{-26}$ кг, летящая по нормали к стенке сосуда со скоростью υ = 600 м/с, ударяется о стенку и упруго отскакивает от неё без потери скорости. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой во время удара.
79. Поезд массой m = 500 т, двигаясь равнозамедленно, в течение времени t = 1 мин уменьшает свою скорость от υ_1 = 40 км/ч до υ_2 = 28 км/ч. Найти силу торможения F.
80. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет ¼ его длины. Найти коэффициент трения k каната о стол.
81. Граната, летевшая со скоростью υ = 15 м/с, разорвалась на две части с массами m_1 = 6 кг и m_2 = 14 кг. Скорость большого осколка υ_2 = 24 м/с направлена так же, как и скорость гранаты до взрыва. Найти направление и абсолютную величину скорости меньшего осколка.

82. Пуля вылетает из винтовки со скоростью $\upsilon_п$ = 900 м/с. Найти скорость винтовки при отдаче, если её масса $m_в$ в 500 раз больше массы пули $m_п$.
83. Груз массой m = 3 т поднимается лебедкой с ускорением a = 2 м/с^2. Определить работу, произведенную в первые 1,5 с от начала подъема.
84. С какой скоростью вылетает из пружинного пистолета шарик массой m = 200 г, если пружина сжата на x_0 = 8 см? Известно, что для сжатия этой пружины на x = 10 см требуется сила F = 5 Н.
85. Шофер выключил двигатель в тот момент, когда скорость автомобиля была υ_0 = 54 км/ч. Через Δt = 2с скорость автомобиля упала до υ = 18 км/ч. Чему был равен импульс автомобиля p_0 в момент выключения двигателя? Чему равно изменение импульса Δp? Чему равен импульс силы сопротивления движению автомобиля $F_{сопр}\Delta t$? Сила сопротивления движению в течение времени Δt была постоянна и составляет $F_{сопр}$ = 6 кН.
86. Три сцепленных вагона, массами m, $2m$ и $3m$, где m = 2т, движущиеся со скоростью υ_1 = 1,8 км/ч, столкнулись с неподвижным вагоном, после чего они все стали двигаться со скоростью υ = 0,9 км/ч. Чему равна масса m_0 неподвижного вагона?
87. Охотник стреляет из ружья с движущейся лодки в направлении её движения. Какова была скорость лодки υ_0 до выстрела, если она остановилась после двух сделанных подряд выстрелов? Масса лодки m_1 = 120 кг, масса охотника m_2 = 80 кг, масса заряда m_3 = 25 г. Скорость вылета заряда из ружья υ = 600 м/с.
88. С судна, движущегося со скоростью υ_1 = 54 км/ч, произведен выстрел из пушки под углом α = 60^0 к горизонту в направлении, противоположном движению судна. Снаряд вылетел со скоростью u = 1 км/с. На сколько изменилась скорость судна, если масса снаряда m_2 = 50 кг, а масса судна m_1 = 200 т?
89. На гладкой горизонтальной поверхности лежит невесомый стержень длиной l с надетыми на его концы маленькими шариками массой m и $2m$. На шарик массой m налетает со скоростью υ_0 материальная точка массой m_0 и прилипает к нему. С какой скоростью $\upsilon_с$ станет двигаться центр масс C стержня, если вектор скорости материальной точки направлен под углом 90^0 к стержню.
90. Подъемный кран поднимает в течение времени t = 2 мин стальную плиту со скоростью υ = 0,5 м/с. Длина плиты l = 4 м, ширина r = 50 см, высота h = 40 см. Какую полезную работу A совершает кран? Плотность стали $\rho = 7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.
91. Определить КПД водонапорной установки, если бак водоизмещением 40 м^3, поднятый на высоту 10 м, наполняется водой за 12 минут насосом с электроприводом мощностью $7\cdot10^3$ Вт.
92. Пуля массой m_1 = 10 г, летевшая горизонтально со скоростью υ = 600 м/с, ударилась в свободно подвешенный на длинной нити деревянный брусок массой m_2 = 0,5 кг и застряла в нём, углубившись на h = 10 см. Найти силу сопротивления F дерева движению пули.

93. Вычислить мощность двигателя подъемного крана, поднимающего груз массой m = 3 т с постоянной скоростью υ = 6 м/мин, если КПД крана 80%.
94. Шарик массой m, движущейся со скоростью υ_1, упруго ударяется о гладкую стенку под углом α к ней и отскакивает без потери скорости. Определить изменение импульса шарика. Чему равна средняя сила, действующая на шарик со стороны стенки, если продолжительность удара Δt?
95. Тело соскальзывает без трения по наклонному желобу и описывает мертвую петлю радиуса R. Какой должна быть минимальная высота желоба H, чтобы тело проходило верхнюю точку петли не отрываясь?
96. Мяч, летящий со скоростью υ_1 = 15 м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью υ_2 = 20 м/с. Найти изменение импульса $m\Delta\upsilon$ мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии ΔW = 8,75 Дж.
97. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой m = 1 т от υ_1 = 2 м/с до υ_2 = 6 м/с на пути s = 10 м. На всем пути действует сила трения F = 2 Н.
98. Тело массой m_1 = 1 кг, движущееся горизонтально со скоростью υ_1 = 1 м/с, догоняет второе тело массой m_2 = 0,5 кг и неупруго соударяется с ним. Какую скорость u получат тела, если а) второе тело стояло неподвижно; б) второе тело двигалось со скоростью υ_2 = 0,5 м/с в направлении, что и первое тело; в) второе тело двигалось со скоростью υ_2 = 0,5 м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.
99. Два тела движутся навстречу друг другу и соударяются неупруго. Скорости тел до удара были υ_1 = 2 м/с и υ_2 = 4 м/с. Общая скорость тел после удара u = 1 м/с и по направлению совпадает с направлением скорости υ_1. Во сколько раз кинетическая энергия $W_{к1}$ первого тела была больше кинетической энергии $W_{к2}$ второго тела?
100. Тело массой m = 10 г движется по окружности радиусом R = 6,4 см. Найти тангенциальное ускорение a_τ тела, если известно, что к концу второго оборота после начала движения его кинетическая энергия $E_к$ = 0,8 МДж.
101. Плоская волна, возбуждаемая вибратором, колеблющимся по закону $x = 0{,}2\sin 62{,}8t$ м, распространяется со скоростью υ = 10 м/с. Записать уравнение плоской волны. Определить: 1) длину бегущей волны; 2) разность фаз колебаний точек 1 и 2, расположенных вдоль луча на расстояниях r_1 = 10,25 м и r_2 = 10,75 м от вибратора, через t = 5 с от начала колебаний вибратора; 3) смещения точек 1 и 2.
102. Маятник состоит из тяжелого шарика массой m = 100 г, подвешенного на нити длиной l = 50 см. Определить период T колебаний маятника и энергию E, которой он обладает, если наибольший угол отклонения маятника от положения равновесия составляет 15°.
103. Колебания материальной точки относительно положения равновесия происходят по закону $x = A\sin\omega t$ с периодом T = 12 с. Определите, за какой наименьший промежуток времени t_1 точка удалится от положения равновесия на расстояние, равное половине амплитуды. За какой

промежуток времени t_2 она пройдет оставшуюся часть пути до максимального отклонения?

104. Шарик массой m = 10 г совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 0{,}2$ м и периодом $T = 4$ с. В начальный момент времени $t_0 = 0$ $x = A$. Написать уравнение гармонических колебаний; найти максимальную силу, действующую на шарик. Определить кинетическую и потенциальную энергию в момент времени t_1 = 1 с.

105. Тело совершает колебания по закону $x = 0{,}3\sin\pi(t + 0{,}5)$ м. Найти амплитуду, период, начальную фазу колебаний и ускорение в момент времени t = 0,5 с.

106. Груз, подвешенный на легком резиновом жгутике, удлиняет его на величину Δl = 81 мм. Груз немного оттянули вниз и отпустили. Определите период возникших колебаний груза. Затуханием колебаний можно пренебречь.

107. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону косинуса с периодом T = 0,5 с. Амплитуда колебания A = 0,6 м. Движение точки начинается из положения x = 30 см. Запишите уравнение колебания точки.

108. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси OX около положения равновесия. Циклическая частота колебаний частицы ω = 4 рад/с. В какой момент времени t после прохождения положения равновесия частица будет иметь координату x = 25 см и скорость υ = 100 см/с?

109. На какое расстояние s нужно оттянуть груз массой m = 500 г от положения равновесия, чтобы он, будучи прикреплен к пружине жесткостью k = 0,2 кН/м, проходил через положение равновесия со скоростью υ_m = 10 м/с?

110. Через какое минимальное время t, считая от начала колебаний, смещение колеблющейся материальной точки составит половину амплитуды? Период колебаний T = 24 с. Найти среднюю скорость υ точки за это время. Амплитуда колебаний A = 0,1 м.

111. Если к шарику массой m_1, колеблющемуся на пружине, подвесить еще один шарик массой m_2 = 300 г, то частота колебаний уменьшится в n = 2 раза. Чему равна масса m_1 первого шарика?

112. Математический маятник массой m = 200 г отклонили от положения равновесия на угол $\alpha = 5^0$ и отпустили. При этом он стал совершать колебания с частотой ν = 0,5 Гц. Найти запас потенциальной энергии $E_п$, которую ему сообщили при отклонении, и максимальную кинетическую энергию $E_{кmax}$, с которой он проходит через положение равновесия. Сопротивление не учитывать.

113. Гармонические колебания величины s описываются уравнением: $s=0{,}02\cdot cos(6\pi t+\pi/3)$, м. Определите: 1) амплитуду колебаний; 2) циклическую частоту; 3) частоту колебаний; 4) период колебаний.

114. Запишите уравнение гармонического колебательного движения точки, совершающей колебания с амплитудой A = 8 см, если за t = 1 мин совершается n = 120 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45^0.

115.Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой A = 4 см и периодом T = 2 с. Напишите уравнение движения точки, если её движение начинается из положения x_0 = 2 см.

116.Материальная точка массой m = 20 г совершает гармонические колебания по закону $x = 0{,}1\cdot cos(4\pi t + \pi/4)$, м. Определите полную энергию E этой точки.

117.Спиральная пружина обладает жесткостью k = 25 Н/м. Определите, тело какой массой m должно быть подвешено к пружине, что бы за t = 1 мин совершалось 25 колебаний.

118.Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний груза возрастает в 2 раза. Определите массу первоначально подвешенного груза.

119.Определите полную энергию E материальной точки массой m, колеблющейся по закону $x = A\cos(\omega_0 t + \phi)$.

120.Точка совершает гармонические колебания с амплитудой A = 10 см и периодом T = 5 с. Определите для точки: 1) максимальную скорость; 2) максимальное ускорение.

121.На какой угол повернется карусель после начала действия постоянного тормозящего момента $M = 2\cdot10^3$ Н·м, если она вращалась, делает 0,5 оборота за секунду? Момент инерции карусели относительно оси I = 500 кг·м^2.

122.На барабан массой m_0 = 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

123.Найти относительную ошибку δ, которая получится при вычислении кинетической энергии катящегося шара, если не учитывать вращение шара.

124.Карандаш длиной l = 15 см поставлен вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость ω и линейную скорость υ будет иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

125.Найти момент инерции I и момент импульса L земного шара относительно оси вращения.

126.Однородный стержень длиной l = 1 м и массой m = 0,5 кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением ε вращается стержень, если на него действует момент сил M = 98,1 мН·м?

127.Маховик, момент инерции которого I = 63,6 кг·м^2 вращается с угловой скоростью ω = 31,4 рад/с. Найти момент сил торможения M, под действием которого маховик останавливается через время t = 20 с. Маховик считать однородным диском.

128.Маховик радиусом R = 0,2 м и массой m = 10 кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения T = 14,7 Н. Какую частоту вращения n будет иметь маховик через время t = 10 с после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

129. К ободу колеса радиусом R = 0,5 м и массой m = 50 кг приложена касательная сила F = 98,1 Н. Найти угловое ускорение ε колеса.

130. Шар диаметром d = 6 см и массой m = 0,25 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения n = 4 об/с. Найти кинетическую энергию шара.

131. Диск диаметром d = 60 см и массой m = 1 кг вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости с частотой n = 20 об/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?

132. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью υ = 7,2 км/ч. На какое расстояние s может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен h = 10 м на каждые l = 100 м пути.

133. Ведерко с водой, привязанное к веревке длинной l = 60 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость υ вращения ведерка, при которой в высшей точке вода из него не выливается. Какова сила натяжения веревки T при этой скорости в высшей и низшей точках окружности? Масса ведерка с водой m = 2 кг.

134. Сплошной однородный цилиндр массы m без проскальзывания катится по горизонтальной поверхности так, что его ось перемещается со скоростью υ. Радиус цилиндра r. Найти кинетическую энергию цилиндра относительно горизонтальной плоскости.

135. Маховое колесо, момент инерции которого I = 245 кг·м^2, вращается с частотой n = 20 об/с. После того как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось, сделав N = 1000 об. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и время t, прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента до остановки колеса.

136. К ободу диска массой m = 5 кг приложена касательная сила F = 19,6 Н. Какую кинетическую энергию $W_к$ будет иметь диск через время t = 5 с, после начала действия силы?

137. Обруч диаметром d = 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стенку, и совершает малые колебания в плоскости параллельной стене. Найти период колебаний T обруча.

138. Чему равен момент инерции цилиндра I с диаметром основания d и высотой h относительно оси O_1O_2, совпадающей с его образующей? Плотность материала цилиндра ρ.

139. Горизонтальная платформа массой m = 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой n_1 = 10 об/мин. Человек массой m_0 = 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой n_2 начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к её центру? Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.

140. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой n = 5 об/с, $E_к$ = 60 Дж. Найти момент импульса вала.

141. Чему равна относительная погрешность δ вычислений при замене релятивистского правила преобразования скоростей классическим законом

сложения скоростей Галилея, если скорость подвижной системы K_1 относительно неподвижной $\upsilon_0 = 0{,}2c$, а скорость частицы относительно неподвижной системы $\upsilon_1 = 0{,}8c$ (где c – скорость света в вакууме)?

142. Три частицы движутся в одном направлении вдоль одной прямой в инерциальной системе отсчета. Скорость первой частицы относительно второй $\upsilon_{12} = 0{,}2c$, скорость второй частицы относительно третьей $\upsilon_{23} = 0{,}5c$. Скорость третьей частицы относительно этой системы отсчета $\upsilon_3 = 0{,}7c$. Чему равны скорости первой частицы υ_1 второй υ_2 относительно системы отсчета, в которой они движутся (где c – скорость света в вакууме)?

143. Звездный корабль, движущийся со скоростью $\upsilon = 0{,}8c$, путешествовал $t_0 = 10$ лет по часам космонавтов. На сколько земляне будут старше космонавтов, когда корабль вернется на Землю ?

144. С какой скоростью υ должен лететь космический корабль от Земли до звезды, чтобы собственное время полета космонавтов t_0 было в 1,5 раза больше времени $t_{св}$, необходимого свету для преодоления того же расстояния?

145. Чему равно собственное время t_0, необходимое для полета космонавтов к звезде Альфа-Центавра, до которой свет должен лететь $t_{св} = 4$ года? Скорость космического корабля $\upsilon = 0{,}9c$ (где c – скорость света в вакууме).

146. С какой скоростью должно двигаться тело, чтобы его длина уменьшилась на 20 % по сравнению с длиной в состоянии покоя?

147. Чему равна скорость υ частицы, если ее кинетическая энергия $E_к = 0{,}25\ mc^2$?

148. Покоящаяся частица массой m_1 поглощает безмассовую частицу с энергией E. Чему равна масса m_2 вновь возникшей частицы?

149. Отношение заряда релятивистского электрона к его массе $e/m = 0{,}88 \cdot 10^{11}$ Кл / кг. Определить скорость электрона.

150. При какой скорости υ кинетическая энергия частицы $E_к$ равна ее энергии покоя E_0 ?

151. Какая работа A будет совершена, если на электрон, начальная скорость которого равна нулю, действовать в течении $t = 10$ с силой $F = 2$ нН? Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

152. Электроны достигают анода рентгеновской трубки, имея скорость $\upsilon = 1{,}2 \cdot 10^5$ км/с. Каково анодное напряжение U? Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, модуль его заряда $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

153. Космический корабль движется со скоростью $\upsilon = 0{,}9$с по направлению к центру земли. Какое расстояние l пройдет этот корабль в системе отсчета, связанной с Землей (K-система), за интервал времени $\Delta t_0 = 1$с, отсчитанный по часам, находящимся в космическом корабле (K'-система)? Суточным вращением земли и ее орбитальным движением вокруг Солнца пренебречь.

154. Кинетическая энергия электрона $E_к = 1$ МэВ. Определить скорость электрона.

155. Определить релятивистский импульс p и кинетическую энергию $E_к$ электрона, движущегося со скоростью $\upsilon = 0{,}9c$ (где c – скорость света в вакууме).

156.Нейтрино летит со скоростью света относительно ракеты. Ракета сама движется относительно звезд с околосветовой скоростью $\upsilon = 0{,}9c$. Определить скорость нейтрино в системе «Звезды».
157.Частица массы m_0, летящая со скоростью $\upsilon = 0{,}8c$, испытывает «неупругое» соударение с идентичной покоящейся частицей. Найти массу, скорость и кинетическую энергию частицы, образовавшейся в результате удара.
158.Определите релятивистский импульс электрона, кинетическая энергия которого Т = 1 ГэВ.
159.Определите работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить скорость частицы от $0{,}5c$ до $0{,}7c$.
160.Определите, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза.
161.Чему равен объем $\nu = 50$ молей ртути? Молярная масса ртути $M = 0{,}201$ кг/моль, плотность ртути $\rho = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.
162.Давление газа $p = 100$ кПа, а средняя квадратичная скорость его молекул $<\upsilon_{кв}> = 400$ м/с. Найти его плотность.
163.На изделие, имеющее форму круглой пластинки диаметром $d = 2$ см, нанесен слой меди толщиной $h = 2$ мкм. Найти число атомов меди N, содержащихся в этом покрытии. Плотность меди $\rho = 8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3, молярная масса меди $M = 0{,}064$ кг/моль.
164.Если бы все молекулы водорода, содержащиеся в $m = 10$ мг этого газа, расположили вплотную друг к дружке по цепочке, то какова была бы длина l этой цепочки? Диаметр молекулы водорода $d = 2{,}3$ Å, молярная масса водорода $M = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль. Во сколько раз длина этой цепочки больше расстояния от Земли до Луны $L = 384$ Мм? (1Å = 10^{-10} м).
165.В бассейн длиной $l = 10$ м, шириной $a = 6$ м и глубиной $h = 2$ м бросили $m = 10$ г поваренной соли. Соль равномерно распределилась по всему объему бассейна. Найти количество молекул N соли в стакане объемом $V = 200$ см^3, которым зачерпнули воду из бассейна. Молярная масса соли NaCl $M = 58\cdot10^{-3}$ кг/моль.
166.В результате нагревания давление газа в закрытом сосуде увеличилась N раз. Во сколько раз увеличилась средняя квадратичная скорость его молекул?
167.Найти для углекислого газа 1) массу одной молекулы, 2) число молекул, содержащихся в единице массы, 3) число молекул в 1 м^3 при нормальных условиях.
168.Гелий имеет плотность $\rho = 0{,}12$ кг/м^3 при давлении $p = 100$ кПа. Найти среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы гелия. Молярная масса гелия $M = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль.
169.Определить плотность смеси, содержащей $m_1 = 4$ г водорода и $m_2 = 32$ г кислорода при $t = 7$ °С и общем давлении $p = 10^5$ Па.
170.В цилиндре под поршнем находится углекислый газ массой $m = 0{,}2$ кг. Газ нагревается на 88 К. Какую работу A он при этом совершает?
171.В процессе нагревания газа в цилиндре передано количество теплоты $Q = 1{,}5\cdot10^5$ Дж, причем давление газа оставалось постоянным и равным

$p = 2\cdot10^7$ Па. Площадь сечения цилиндра $S = 200$ см^2, поршень передвинулся на $\Delta h = 30$ см. На сколько изменилась внутренняя энергия газа?

172. В цилиндре под поршнем находится воздух. Вес поршня $P = 60$ Н, площадь сечения цилиндра $S = 20$ см^2, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Груз какого веса надо положить на поршень, чтобы объем воздуха в цилиндре уменьшился в 2 раза? Температуру считать постоянной, трение не учитывать. Масса воздуха не изменяется.

173. В сварочном цехе стоит 30 баллонов ацетилена вместимостью 40 л каждый. Все баллоны включены в общую магистраль. После 12 часов непрерывной работы давление упало с 13 до 7 атм. Найти расход ацетилена за 1 с, если постоянная температура равна 32 °С. Молярная масса ацетилена $26\cdot10^{-3}$ кг/моль. (Газ считать идеальным).

174. Газообразный азот массой 14 г, находящийся при температуре 27 °С, изохорно охлаждается так, что давление уменьшается в три раза. Затем газ изобарно нагревается до первоначальной температуры. Определить произведенную газом работу.

175. Газ находится в надувном шарике, объем которого может изменяться. Во сколько раз изменится давление газа, если его объем уменьшится в полтора раза, а средняя кинетическая энергия молекул увеличится в три раза?

176. Оцените радиус атома меди R, приняв, что в твердом состоянии меди ее атомы располагаются вплотную друг к другу. Плотность меди $\rho = 8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3, её молярная масса $M = 0{,}064$ кг/моль.

177. Найти число молекул газа N, средняя квадратичная скорость которых при температуре $t = 27$ °С 500 м/с, если масса газа $m = 10$ г.

178. Какую температуру T имеет масса $m = 2$ г азота, занимающего объем $V = 820$ см^3 при давлении $p = 0{,}2$ МПа?

179. Какой объем занимает масса $m = 10$ г кислорода при давлении $p = 100$ кПа и температуре $t = 20$ ^{0}С?

180. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре $t_1 = 7$ ^{0}С было $p_1 = 100$ кПа. При нагревании бутылки пробка вылетела. До какой температуры t_2 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке $p = 130$ кПа.

181. Найти массу m воздуха, заполняющего аудиторию высотой $h = 5$ м и площадью пола $S = 200$ м^2. Давление воздуха $p = 100$ кПа, температура помещения $t = 17$ °С. Молярная масса воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль.

182. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем находятся n молей идеального газа. Поршень закреплен пружиной с коэффициентом жесткости k. Высота столба газа под поршнем при температуре T_1, равна H, пружина при этом не деформирована. До какой температуры следует нагреть газ, чтобы поршень поднялся на h?

183. В запаянном сосуде находится вода, занимающая объем, равный половине объема сосуда. Найти давление p и плотность ρ водяного пара при температуре $t = 400$ °С, зная, что при этой температуре вся вода обращается в пар.

184. Закрытый сосуд объемом V = 2 л наполнен воздухом при нормальных условиях. В сосуд вводится диэтиловый эфир ($C_2H_5OC_2H_5$). После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равным p = 0,14 МПа. Какая масса m эфира была введена в сосуд?

185. Найти энергию $W_{вр}$ - вращательного движения молекул, содержащихся в массе m = 1 кг азота при температуре t = 7 °С.

186. Для получения хорошего вакуума в стеклянном сосуде необходимо подогревать стенки сосуда при откачке для удаления адсорбированного газа. На сколько может повыситься давление в сферическом сосуде радиусом r = 10 см, если адсорбированные молекулы перейдут со стенок в сосуд? Площадь поперечного сечения молекул $S_0 = 10^{-19}$ м^2. Температура газа в сосуде t = 300 °С. Слой молекул на стенках считать мономолекулярным.

187. Какая доля молекул кислорода при температуре T = 300 К имеет скорость в интервале от ($\upsilon_в$ – 1) м/с до ($\upsilon_в$ + 1) м/с? Молярная масса кислорода M = 0,032 кг/моль.

188. Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре t = 17 °С. Молярная масса воздуха M = 0,029 кг/моль.

189. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

190. Найти число молекул n водорода в единице объема сосуда при давлении p = 266,6 Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ = 2,4 км/с.

191. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки $m = 10^{-8}$ г. Воздух считать однородным газом, молярная масса которого M = 0,029 кг/моль.

192. Найти импульс $m\upsilon$ молекулы водорода при температуре t = 20 °С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

193. При какой температуре T средняя квадратичная скорость $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta\upsilon$ = 50 м/с?

194. Воздух представляет смесь газов. Пусть на уровне земли отношение концентраций кислорода и азота равно n_{01}/n_{02}. Используя распределение Больцмана определить отношение концентраций этих газов на высоте h = 1000 м. Температуру на уровне земли и на высоте h считать одинаковой и равной T = 273 К.

195. Обсерватория расположена на высоте h = 3250 м над уровнем моря. Найти давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной t = 5 ^{0}С. Молярная масса воздуха M = 0,029 кг/моль. Давление воздуха на уровне моря p_0 = 101,3 кПа.

196. На какой высоте h давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной и равной t = 0 °С.

197. На какой высоте h плотность водорода вдвое меньше его плотности на уровне моря? Температуру газа считать постоянной и равной t = 0 °С.

198. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте h_1 = 8300 м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабине при помощи

компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте h_2 = 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Температуру наружного воздуха считать равной t_1 = 0 °С.

199. Перрен, наблюдая при помощи микроскопа изменение концентрации взвешенных частиц гуммигута с изменением высоты и применяя барометрическую формулу, экспериментально нашел значение постоянной Авогадро. В одном из опытов Перрен нашел, что при расстоянии между двумя слоями Δh = 100 мкм число взвешенных частиц гуммигута в одном слое больше, чем в другом. Температура гуммигута t = 20 °С. Частицы гуммигута диаметром d = 0,3 мкм были взвешены в жидкости, плотность которой на $\Delta\rho$ = $0{,}2\cdot10^3$ кг/м^3 меньше плотности частиц. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро.
200. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул углекислого газа при температуре t = 100 °С и давлении p = 13,3 Па. Диаметр молекул углекислого газа d = 0,32 нм.
201. При помощи ионизационного манометра, установленного на искусственном спутнике Земли, было обнаружено, что на высоте h = 300 км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере n = 10^{15} м$^{-3}$. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц газа d = 0,2 нм.
202. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха d = 0,3 нм.
203. Найти среднее число столкновений $\langle z\rangle$ в единицу времени молекул углекислого газа при температуре t = 100 °С, если средняя длина свободного пробега $\langle l\rangle$ = 870 мкм.
204. Найти среднее число столкновений $\langle z\rangle$ в единицу времени молекул азота при давлении p = 53,33 кПа и температуре t = 27 °С.
205. Во сколько раз уменьшится число $\langle z\rangle$ столкновений в единицу времени молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в 2 раза?
206. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул атомов гелия, если известно, что плотность гелия ρ = 0,021 кг/м^3.
207. При некотором давлении и температуре t = 0 °С средняя длина свободного пробега молекул кислорода $\langle l\rangle$ = 95 нм. Найти среднее число столкновений $\langle z\rangle$ в единицу времени молекул кислорода, если при той же температуре давление кислорода уменьшилось в 100 раз.
208. При некоторых условиях средняя длина свободного пробега молекул газа $\langle l\rangle$ = 160 нм; средняя арифметическая скорость его молекул $\langle \upsilon\rangle$ = 1,95 км/с. Найти среднее число столкновений $\langle z\rangle$ в единицу времени молекул этого газа, если при той же температуре давление газа уменьшилось в 1,27 раза.
209. В сосуде объемом V = 100 см^3 находится масса m = 0,5 г азота. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул азота.
210. Найти среднее время $\langle \tau\rangle$ между двумя последовательными столкновениями молекул азота при давлении p = 133 Па и температуре t = 10 °С.

211. Сосуд с воздухом откачен до давления $p = 1{,}33\cdot10^{-4}$ Па. Найти плотность воздуха ρ в сосуде, число молекул n в единице объема сосуда и среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул. Диаметр молекул воздуха $d = 0{,}3$ нм. Молярная масса воздуха $M = 0{,}029$ кг/моль. Температура воздуха $t = 17$ °С.

212. Какое давление p надо создать внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда $D = 1$ см, диаметр молекул газа $d = 0{,}3$ нм?

213. В сферической колбе объемом $V = 1$ л находится азот. При какой плотности ρ азота средняя длина свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул азота больше размеров сосуда?

214. Давление разреженного газа в рентгеновской трубке при температуре $t = 17$ °С равно $p = 130$ мкПа. Можно ли говорить о высоком вакууме, если характерный размер l_0 (расстояние между катодом и анодом трубки) составляет 50 мм? Эффективный диаметр молекул воздуха примите равным $d = 0{,}27$ нм.

215. Определите коэффициент теплопроводности λ азота, если коэффициент динамической вязкости для него при тех же условиях равен $\eta = 10$ мкПа·с.

216. Определите коэффициент теплопроводности λ азота, находящегося в некотором объеме при температуре $T = 280$ К. Эффективный диаметр молекул азота примите равным $d = 0{,}38$ нм.

217. Определите: 1) плотность воздуха ρ в сосуде; 2) концентрацию n его молекул; 3) среднюю длину свободного пробега $\langle l\rangle$ молекул, если воздух в сосуде откачан до давления $p = 0{,}13$ Па. Диаметр молекул воздуха примите равным $d = 0{,}27$ нм. Температура воздуха $T = 300$ К.

218. Во сколько раз плотность воздуха ρ_1, заполняющего помещение зимой ($t = 7$ °С), больше его плотности ρ_2 летом ($t = 37$ °С)? Давление газа считать постоянным.

219. Масса $m = 6{,}5$ г водорода, находящегося при температуре $t = 27$ °С, расширяется вдвое при $p = const$ за счет притока тепла извне. Найти работу A расширения газа, изменение ΔW внутренний энергии газа и количество теплоты Q, сообщенное газу.

220. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы i имеют молекулы?

221. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от $p_1 = 200$ кПа до $p_2 = 100$ кПа. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление становится равным $p = 122$ кПа. Найти отношение C_p/C_V для этого газа. Начертить график этого процесса.

222. Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянных объеме (C_V) и давлении (C_p), принимая эти газы за идеальные.

223. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа $A = 156{,}8$ Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?

224. Масса m = 10,5 г азота изотермически расширяется при температуре t = -23 °С, причем его давление изменится от p_1 = 250 кПа до p_2 = 100 кПа. Найти работу A, совершаемую при этом расширении.
225. Объем V_1 = 7,5 л кислорода адиабатически сжимается до объема V_2 = 1 л, причем в конце сжатия давление установилось p_2 = 1,6 МПа. Под каким давлением p_1 газ находится до сжатия?
226. Необходимо сжать воздух от V_1 = 10 л до V_2 = 2 л. Как выгоднее его сжимать (адиабатически или изотермически)?
227. Массу m = 5 г азота, находящегося в закрытом сосуде объемом V = 4 л при температуре t_1 = 20 °С нагревают до температуры t_2 = 40 °С. Найти давление p_1 и p_2 газа до и после нагревания.
228. Общеизвестен шуточный вопрос: «Что тяжелее: тонна свинца или тонна пробки?» На сколько истинный вес пробки, которая в воздухе весит 9,8 кН, больше истинного веса свинца, который в воздухе весит также 9,8 кН? Температура воздуха t_1 = 17 °С, давление 100 кПа.
229. Каков должен быть вес детского воздушного шарика, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика F = 0, то есть чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению. Радиус шарика r = 12,5 см.
230. При температуре t = 50 °С давление насыщенного пара p = 12,3 кПа. Найти плотность ρ водяного пара.
231. Молекула азота летит со скоростью υ = 430 м/с. Найти импульс этой молекулы.
232. Какое число молекул n содержит единица массы водяного пара?
233. Какое число молекул находится в комнате объемом V = 80 м^3 при температуре t = 17 °С и давлении p = 100 кПа?
234. В сосуде находится количество $\nu_1 = 10^{-7}$ молей кислорода и масса $m_2 = 10^{-6}$ г азота. Температура смеси t = 100 °С, давление в сосуде p = 133 МПа. Найти объем сосуда V, парциальные давления p_1 и p_2 кислорода и азота и число молекул n в единице объема сосуда.
235. Найти внутреннюю энергию двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом V = 2 л под давлением p = 150 кПа.
236. Масса m = 1 кг двухатомного газа находится под давлением p = 80 кПа и имеет плотность ρ = 4 кг/м^3. Найти энергию теплового движения W молекул газа при этих условиях.
237. Найти удельную теплоемкость c кислорода для 1) $V = const$, 2) $p = const$.
238. Определить коэффициент Пуассона для кислорода c_p= 910 Дж/(кг·К), c_V = 650 Дж/(кг·К).
239. Найти отношение c_p/c_V для газовой смеси, состоящей из массы m_1 = 8 г гелия и массы m_2 = 16 г кислорода.
240. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты Q = 2,512 кДж. Температура нагревателя T_1 = 400 °С, температура холодильника T_2 = 300 °С. Найти работу A,

совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

–

I. Некоторые сведения о единицах физических величин

1. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	*метр*	м
Масса	*килограмм*	кг
Время	*секунда*	с
Плоский угол	*радиан*	рад
Телесный угол	*стерадиан*	ср
Сила, вес	*ньютон*	Н
Давление	*паскаль*	Па
Напряжение (механическое)	*паскаль*	Па
Модуль упругости	*паскаль*	Па
Работа, энергия	*джоуль*	Дж
Мощность	*ватт*	Вт
Частота колебаний	*герц*	Гц
Термодинамическая температура	*кельвин*	К
Теплота, количество теплоты	*джоуль*	Дж
Количество вещества	*моль*	моль
Электрический заряд	*кулон*	Кл

Сила тока	*ампер*	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	*вольт*	В
Электрическая ёмкость	*фарад*	Ф
Электрическое сопротивление	*ом*	Ом
Электрическая проводимость	*сименс*	См
Магнитная индукция	*тесла*	Тл
Магнитный поток	*вебер*	Вб
Индуктивность	*генри*	Гн
Сила света	*кандела*	кд
Световой поток	*люмен*	лм
Освещенность	*люкс*	лк
Поток излучения	*ватт*	Вт
Поглощена доза излучения	*грей*	Гр
Активность изотопа	*беккерель*	Бк

2. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское
10^{12}	*тера*	T	Т
10^{9}	*гига*	G	Г
10^{6}	*мега*	M	М
10^{3}	*кило*	k	к
10^{2}	*гекто*	h	г
10^{1}	*дека*	da	да
10^{-1}	*деци*	d	д
10^{-2}	*санти*	c	с
10^{-3}	*милли*	m	м
10^{-6}	*микро*	μ	мк
10^{-9}	*нано*	n	н
10^{-12}	*пико*	p	п

3. Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение
Масса	тонна атомная единица массы	т а.е.м.	10^3 кг $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута час сутки	мин ч сут	60 с 3600 с 86400 с
Плоский угол	градус минута секунда град[2]	...° ...′ ...″ град	$1{,}74 \cdot 10^{-2}$ рад $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад $(\pi / 200)$ рад
Объем, вместимость	литр[3]	л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	а.е. св. год пк	$1{,}50 \cdot 10^{11}$ м $9{,}46 \cdot 10^{15}$ м $3{,}08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж

–

4. Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ

Единицы пространства и времени. Единицы механических величин

Длина	1 ангстрем (Å) = 10^{-10} м = 10^{-8} см
Время	1 сут = 86400 с 1 год = 365,25 сут = $3{,}16 \cdot 10^7$ с
Плоский угол	$1° = \pi / 180$ рад = $1{,}75 \cdot 10^{-2}$ рад $1' = \pi / 108 \cdot 10^{-2}$ рад = $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад $1'' = \pi / (648 \cdot 10^{-3})$ рад = $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объем, вместимость	1 л = 10^{-3} м^3 = 10^3 см^3
Масса	1 т = 10^3 кг 1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс = 9,81 Н
Работа, энергия	1 кгс·м = 9,81 Дж 1 Вт·ч = $3{,}6 \cdot 10^3$ Дж 1 эВ = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж

Мощность	1 л.с. = 736 Вт
Давление	1 кгс / см^2 = 9,81·10^4 Па 1 мм рт.ст. = 133 Па 1 бар = 10^5 Па 1 атм = 1,01·10^5 Па
Напряжение (механическое)	1 кгс / мм^2 = 9,81·10^6 Па
Частота вращения	1 об / с = 1с$^{-1}$ 1 об / мин = 1 / 60 с$^{-1}$
Волновое число	1 см$^{-1}$ = 100 м$^{-1}$

Единицы величин молекулярной физики и термодинамики

Концентрация частиц	1 см$^{-3}$ = 10^6 м$^{-3}$
Теплота (количество теплоты)	1 кал = 4,19 Дж 1 ккал = 4,19·10^3 Дж

II. Таблицы физических величин

5. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	6,37·10^6 м
Масса Земли	5,98·10^{24} кг
Радиус Солнца	6,95·10^8 м
Масса Солнца	1,98·10^{30} кг
Радиус Луны	1,74·10^6 м
Масса Луны	7,33·10^{22} кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	1,49·10^{11} м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	3,84·10^8 м
Период обращения Луны вокруг земли	27,3 сут = 2,36·10^6 м

6. Плотность твердых тел и жидкостей

Твердое тело	Плотность, г / см^3

Алюминий	2,70
Висмут	9,80
Вольфрам	19,3
Железо (чугун, сталь)	7,87
Золото	19,3
Каменная соль	2,20
Латунь	8,55
Марганец	7,40
Медь	8,93
Никель	8,80
Платина	21,4
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Уран	18,7
Жидкость (при 15 °С)	
Вода (дистиллированная при 4 °С)	1,00
Глицерин	1,26
Керосин	0,8
Масло (оливковое, смазочное)	0,9
Масло касторовое	0,96
Ртуть	13,6
Спирт	0,8
Эфир	0,7

7. Плотность газов при нормальных условиях

Газ	Плотность, кг / м³
Азот	1,25
Аргон	1,78
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

8. Поверхностное натяжение σ некоторых жидкостей при 20 °С

Жидкость	Натяжение, мН/м
Бензол	30
Вода	73

Глицерин	62
Мыльная вода	40
Ртуть	500
Спирт	22

9. Динамическая вязкость η жидкостей при 20 °С

Жидкость	Вязкость, мПа·с
Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	987
Масло машинное	100
Ртуть	1,58

10. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η, мкПа·с	Теплопроводность λ, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	–	17,2	24,1
Гелий	0,22	–	–
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	–	8,32	15,8
Хлор	0,45	–	–

11. Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $p_{кр}$, МПа	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a, Н·м^4/моль^2	b, 10^{-5} м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

12. Основные физические постоянные

Величина	Обозначение
Скорость распространения электромагнитных волн (скорость света) в вакууме	$c = 2{,}99 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9{,}807$ м/с^2
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярный объем идеального газа (при н.у.)	$V_m = 2{,}24 \cdot 10^{-2}$ м^3/моль
Газовая постоянная	$R = 8{,}314$ Дж/(моль·К)
Нормальное атмосферное давление	$P_0 = 760$ мм рт. ст. $= 1{,}01 \cdot 10^5$ Па
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Постоянная Фарадея	$F = 9.65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Элементарный заряд	$e = 1{,}6 \cdot ^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя мюона	$m_\mu = 1{,}884 \cdot 10^{-28}$ кг
Постоянная Планка	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с = $4{,}136 \cdot 10^{-15}$ эВ·с $\hbar = h/2\pi = 1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с = $6{,}59 \cdot 10^{-16}$ эВ·с
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт·м$^{-2}$·К$^{-4}$
Постоянная Ридберга	$R = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	$a_0 = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м
Энергия связи электрона в атоме водорода	E = 13,6 эВ
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ м
Радиус электрона	$r = 2{,}82 \cdot 10^{-15}$ м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

III. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

13. Формулы дифференциального и интегрального исчислений

$$\frac{d(u\upsilon)}{dx} = \upsilon\frac{du}{dx} + u\frac{d\upsilon}{dx}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d\left(\frac{u}{\upsilon}\right)}{dx} = \frac{\upsilon\frac{du}{dx} - u\frac{d\upsilon}{dx}}{\upsilon^2}$$

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1}x^{m+1} \quad (\text{при } m \neq 1)$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

Библиографический список

1. Курс общей физики. В 3 кн. Кн. 1. Механика: Учеб. пособие / Б.В.Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. – М.: Высш. шк., 2003. – 352 с.
2. Молекулярная физика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. заведений / Е.М. Гершензон, Н.Н. Малов, А.Н. Мансуров. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 272 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. Шк., 2001. – 542 с.
4. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. Шк., 2003. – 591с.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 640 с.

Фролова Татьяна Владиславовна

Титова Елена Станиславовна

Физика. Методические указания и задания к контрольной работе №1

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Физика»
для слушателей факультета заочного обучения
по специальности 280104.65 «Пожарная безопасность»

Редактор: Шмелева Ю.В.

Подписано в печать 14.09.2010

Формат 60×84 1/16
Тираж 50 экз. Заказ № 41

Отделение организации научных исследований
экспертно-консалтингового отдела
Ивановского института ГПС МЧС России
153040, г. Иваново, пр. Строителей, 33